

Schiene „Lernförderung in Mathematik und Sprache“ – 23.11.2006, Liestal

1 Die Geschichte „Der Tangens-Verweigerer“

Der Lernende TV („Tangens Verweigerer (18)“) weigert sich, sich mit dem Tangens einzulassen. In der Klasse wird er „der Manager“ genannt. Er ist 195 gross, breit, ein richtiger Metallbauer, der gern etwas über den anderen steht. Wenn er etwas nicht will, dann will er nicht.

Zuerst wird der Satz des Pythagoras behandelt. Der Lehrer wählt als Einstieg die Frage, wie man einen rechtwinkligen Rahmen herstellen kann. Offenbar gibt es da Anknüpfungspunkte. Schnell einmal schlagen die Lernenden das Vorgehen mit zwei gleich langen Diagonalen vor. Der Lehrer geht dann weiter über zur Frage, wie man denn Vorgehen könnte, wenn ein „halbes Rechteck“, ein rechtwinkliges Dreieck, gesucht ist. Als Lösung für dieses Problem führt er dann den Satz des Pythagoras ein.

TV, der sonst bei Mathematik und Rechnen schnell einmal die Flinte ins Korn wirft und „den Pythagoras noch nie verstanden hat“, kann zu seiner eigenen Überraschung folgen und hat am Schluss das Ganze begriffen.

Dann geht es weiter zur Trigonometrie. Der Lehrer lässt die Lernenden rechtwinklige Dreiecke verschiedener Grössen aber mit denselben Seitenverhältnissen zeichnen. Sie müssen dabei exakt vorgehen. Dann lässt er sie die Winkel messen, die überraschenderweise alle gleich sind. Der Lehrer bietet darauf an, dass er vorhersagen kann, wie gross der Winkel sein wird, wenn er die Seiten kennt. Was ihm auch gelingt. Die Lernenden sind nun darauf gespannt, wie dieser Trick zu bewerkstelligen ist.

Nur TV nicht. Irgendwo verliert er den Faden und weigert sich von da an, sich weiter auf den Tangens einzulassen. As einer Tabelle den Wert bei gegebenem Winkel abzulesen, das geht noch. Aber sobald es dann darum ginge, dieses Wissen in angewandten Aufgaben einzusetzen, blockiert alles. Der Lehrer ist ziemlich ratlos, v.a. da es mit dem Satz des Pythagoras doch geklappt hat. Er fordert den Lernenden auf, jetzt in der Klasse einmal ein Beispiel vorzurechnen – was schon oft gemacht wurde. TV weigert sich aber und möchte das zuerst einmal zuhause ausprobieren.

Die anderen Lernenden zeigen keine ähnlichen Schwierigkeiten. Ausser dass alle mehr oder weniger Mühe haben, wenn es darum geht, je nach Aufgabe auf dem Taschenrechner die richtige Taste für den Tangens (tang) oder den inversen Wert (tang-1) zu wählen.

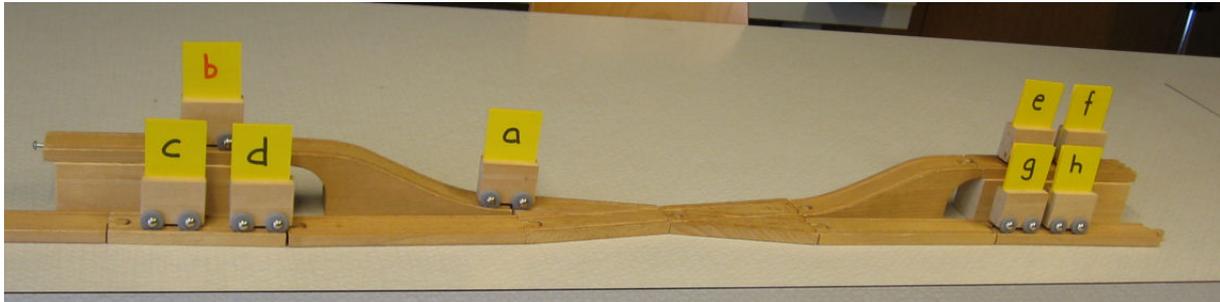
2 Analyse

Es wurde beschlossen, die Geschichte einmal auf die Frage hin zu untersuchen, woran es denn mathematisch gesehen liegen könnte, dass der Tangens mehr Mühe bereitet, als der Pythagoras.

Innerhalb des [Konzepts der drei Welten](#) zielt diese Frage auf die mittlere Welt, fragt sie nach der Eigenart der involvierten mathematischen Konzepte. Ein Vergleich zeigt, dass der Satz des Pythagoras als eine Reihe von elementaren Operationen (Addition, Multiplikation) verstanden werden kann. Für den Tangens hingegen braucht man das Bild einer Funktion, eines Zusammenhangs zwischen zwei Grössen, der in komplizierteren Fällen nur noch aus einer Tabelle abgelesen werden kann. Insofern stellt der Tangens in der mathematischen Welt höhere Anforderungen, verlangt eine stärkere Abstraktionsleistung.

Da bei TV allerdings ablesen aus einer Tabelle bzw. das Abrufen auf dem Taschenrechner funktioniert, scheint es nicht so wahrscheinlich, dass das Problem in der mathematischen Welt liegt. Auffallen in der Geschichte ist, dass der Lehrer beim Pythagoras von einer

Zur Veranschaulichung baut er das Ganze dann mittels einer Holz-eisenbahn ganz handgreiflich mitten in der Klasse auf. Die Lernenden erwerben so schnell eine ziemliche Routine im Umformen von Gleichungen und brauchen die Bahn bald einmal nicht mehr.



(c) by R. Oggenfuss

Offenbar gelingt es den Lernenden auf diese Art gut eine Verknüpfung zwischen einer Aufgabe aus der Welt des Problemlösens (Rangieraufgabe), einem „mathematischen“ Konzept (Wechsel von oben nach unten beim Seitenwechsel) und einem Rechenverfahren (Umformen von Gleichungen auf dem Papier) herzustellen. Das erlaubt es ihnen, Sicherheit beim Rechnen zu erwerben, da sie jederzeit bei Bedarf das Bild der Eisenbahnzüge aus ihren Erinnerungen abrufen können.

In beiden Fällen bleibt aber offen, ob es den Lernenden gelingt, von den Problemsituationen, welche sie beherrschen (Winkel vorhersagen, Terme rangieren) auf Anwendungssituationen aus dem Berufsalltag zu transferieren.

Um die Problematik zu illustrieren ist das Konzept der [vier Wissensarten](#) hilfreich (vgl. auch [Wissenspsychologie und der Satz des Pythagoras](#)). Danach ist v.a. situatives Wissen handlungsrelevant, d.h. die Lernenden müssen Erinnerungen an erfolgreich bewältigte Situationen erwerben. Diese Erinnerungen sind aber nur hilfreich, wenn sie angesichts neuer Situationen, neuer Aufgaben auch tatsächlich erinnert werden. Dazu müssen sie irgendwie als ähnlich zu den neuen Situationen erkannt werden. Ob nun z.B. das Vorhersagen eines Winkels als „Zaubertrick“ zu einer Situation, welche die Lernenden im Berufsalltag antreffen von ihnen als ähnlich erkannt wird, ist nicht sicher.

Es ist also durchaus sinnvoll, das Interesse der Lernenden durch solche „alltagsfernen“ Aufgaben zu wecken bzw. damit das Erlernen gewisser Routinen zu unterstützen. Die situative Verankerung des Gelernten im Berufsalltag muss dann aber immer noch als weiterer Schritt sichergestellt werden.

Zudem zeigt das Beispiel von TV, dass nicht alle Lernende fähig oder bereit sind, „alltagsferne“ Aufgaben als Basis zu nehmen. Gerade „schwache“ Lernende sind vermutlich genau darum in der Schule schwach, weil sie das nicht können, die Schule das aber von ihnen immer wieder verlangt. Ermöglicht man ihnen einen Bezug zu (beruflichen) Alltagsproblemen, dann erweisen sie sich oft als überraschend „stark“.