Kommentierte Literaturliste

Januar 2018

1 Meine Lieblingstexte

Baruk, S. (1989). "Wie alt ist der Kapitän?" Über den Irrtum in der Mathematik. *Basel, Birkhäuser.*

"Die Irrtümer berichten von dem, was sich bereits im Verstand befindet, und nicht von dem, was ihm fehlt." (S. 300)

Irrtum kommt in der Mathematik unter anderem deshalb so leicht vor, weil es so einfach ist sich zu wünschen, etwas, das man hinschreibt, stimme. Das Geschriebene wehrt sich nicht selbst.

Spannende Beobachtung: Seit sie Mathematikprobleme als "Sprachprobleme" betrachtet verbessern ihr Nachhilfsschüler oft zuerst das Französisch! Ihre Interpretation: Das Verhältnis zur Sprache wird entkrampft und sie kann wieder wachsen.

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: *Bauersfeld, H., et al.: Lernen und Lehren von Mathematik, Analysen zum Unterrichtshandeln II. Köln, Aulis: 1-56.*

Stellt ein Modell vor, bei dem Wissen in verschiedene „Subjekte Erfahrungsbereiche" (SEB) zerfällt. Vieles ist an solche SEB gebunden; u.a. auch die Sprache, so dass derselbe Begriff je nach aktivem SEB etwas anderes bedeutet. Er diskutiert detailliert verschiedenste theoretische Implikationen dieses Modells und illustriert es an schönen Beispielen.

Chazan, D. (2000). Beyond Formulas in Mathematics and Teaching. *New York, Teachers College Press.*

Sehr schöner Bericht über die Entwicklung eines Mathematiklehrers vom "klassischen" Unterricht zu einem Unterricht, der von den Fragen den Lernenden ausgeht.

Dalby, D. & Noyes, A. (2016). Locating mathematics within post-16 vocational education in England. *Journal of Vocational Education & Training 68(1): 70-86.*

Beschreibt eine Strömung, welche in England an Colleges, welche Berufsbildung betreiben, neu Mathematik als „Functional Mathematics" (FM) unterrichtet werden soll. FM soll die Brücke zwischen „akademischer" Mathematik und dem gebrauch derselben im Beruf schlagen. Eine Untersuchung zeigt, dass dies bei den Lernenden gut ankommt, allerdings nur, wenn der FM Lehrer im Team der Fachlehrer integriert ist und realistische Bezüge zur Fachkunde herstellt. Andernfalls verpufft die Idee, oder wie ein Lernender zusammenfasst: „haben wir alles schon gehabt, ist nur einfacher als in der Schule; bringt nichts ausser einen weiteren Abschluss".

de Abreu, G., Bishop, A. J. & Pompeu, G. (1997). What Children and Teachers Count as Mathematics. In: *Nunes, T. & Bryant, P.: Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective. Hove, Psychology Press: 233-263.*

Schöne Beispiele, wie Kinder Alltagsaufgaben (z.B. Rückgeld berechnen) gut meistern, aber keinen Transfer zur "Schulmathematik" herstellen.

Devlin, K. (2012). The Symbol Barrier of Mathematics Learning. In M. Bockarova, M. Danesi & R. Núñez (Eds.), *Semiotic and Cognitive Science Essasy on the Nature of Mathematics* (pp. 7-16). München: LINCOM.

Geht davon aus, dass "Mathematik machen" im Kopf stattfindet wie "Musik machen". Und wie die niedergeschriebenen Musiknoten sind die niedergeschrieben Formeln nicht anderes, als eine statische Zusammenfassung eines dynamischen Denkprozesses auf einer flachen Oberfläche.

Komplexe Mathematik kann man kaum ohne dieses Hilfsmittel betreiben. Alltagsmathematik aber schon, wie viele Beispiele von Personen zeigen, die im beruflichen oder privaten Alltag zum Teil anspruchsvolle mathematische Überlegungen "im Kopf" anstellen. Um Alltagsmathematik zu lernen/lehren muss man daher nicht zwingend über Formeln etc. gehen (genauso wenig, wie man Noten lesen können muss, um Musik zu betreiben). Es wäre daher sinnvoll, man würde Weg entwickeln, wie man all denen, die nie komplexe Mathematik brauchen werden, einen Zugang zur Alltagsmathematik ermöglichen kann, ohne über symbolische Notationen zu gehen.

Esmonde, I., Pilner Blair, K., Goldman, S., Martin, L., Jimenez, O., & Pea, R. (2011). Math I Am: What we learn from stories that people tell about math in their lives. In B. Bevan, P. K. Bell, R. Stevens & A. Razfar (Eds.), *LOST Learning: Learning about Out-of-School-Time Learning Opportunities*. New York: Springer.

Besuchen Familien zuhause und lassen sie Geschichten erzählen, in denen Mathematik eine Rolle spielt - sowohl aus dem privaten Alltag wie auch aus der Schule. Sie stellen fest, dass sich die Geschichten aus dem privaten Alltag deutlich von den Geschichten aus der Schule unterscheiden. Die wichtigsten Unterschiede sind: Im Alltag geht es nicht um richtig oder falsch. Fehler haben Platz und Präzision ist nicht immer wichtig; Hauptsache, es klappt. Meist sind dabei mehrere Personen miteinander im Austausch. Zudem ist die "Mathematik" als Werkzeug zur Bearbeitung eines Problems oft so tief in andere Aktivitäten integriert, dass nicht immer klar ist, ob das jetzt "Mathematik" ist oder nicht.

Sie schlagen vor, einiges davon in den Schulunterricht zu übernehmen:

- Multiple Lösungen erlauben bzw. Aufgaben stellen, die das erlauben.
- Verlangte Genauigkeit nach Aufgabe/Problem; Schätzungen wo sinnvoll.
- Soziale Interaktion erlauben.
- Vielfältiges Material; Trial and Error ermöglichen.
- Mathematik als Werkzeug behandeln; Aufgaben, die an Verantwortung etc. appellieren.

Gallin, P. & Ruf, U. (1990). Sprache und Mathematik in der Schule. *Zürich, Verlag Lehrerinnen und Lehrer Schweiz.*

1. Dilemma: Jeder Lernende ist individuell anders. Ich müsste mich jedem anpassen, kann das aber nicht bei 25 gleichzeitig machen. Lösung: Verantwortung an Lernende und Stoff abgeben.

2. Dilemma: Lernende kommen aus ihrer eigenen, privaten Welt mit ihren Erfahrungen. Der Schulstoff behandelt aber normiertes Wissen. Lösung: Übergang vom Singulären über das Divergierende zum Regulären.

3. Dilemma: Die Lehrenden erfassen den Stoff in der Rückschau in seiner Bedeutung, Fülle und Differenziertheit. Die Lernenden stehen ihm noch fremd und z. T. In Opposition in der Vorschau gegenüber. Lösung: Einstieg über eine Kernidee.

Gifford, S. (2008). Dyscalculia: Myths and Models. *Research in Mathematics Education 8(1): 35-51.*

Gute Zusammenstellung, was alles im Moment im Umkreis von "Diskalkulie" diskutiert wird. Schlussfolgerung: Es gibt keine eindeutigen Aussagen, Modelle etc. Oft ist es einfach zu wenig frühkindliche Erfahrung mit Zahlen und Zählen.

Allerdings spielt die genaue Diagnose auch keine grosse Rolle, denn als Therapie bleibt immer nur die sorgfältige Einzelfallbehandlung.

Gigerenzer, G. (2016). Wir haben zu viel Desinformation. *NZZ am Sonntag. Zürich: 33.*

Gigerenzer versucht darauf aufmerksam zu machen, dass die meisten Leute nicht gelernt haben, Zahlenangaben wie bspw. zum Risiko von Fehlernährung richtig zu interpretieren. Sein Beispiel: „Jüngst warnte uns etwa die Weltgesundheitsorganisation davor, dass für jede 50 g Wurst, die wir täglich essen, unser Risiko für Darmkrebs um etwa 20% steigt. Da denkt man schnell, dass von 100 Leuten 20 Krebs bekommen. Das stimmt nur nicht: Von den Menschen, die keine Wurst essen, bekommen 5% irgendwann im Leben Darmkrebs- mit Wurst steigt es auf 6%." Er fordert eine geeignete Schulung in „Risikokompetenz".

Gustafsson, L. & Mouwitz, L. (2010). Mathematical modelling and tacit rationality — two intertwining kinds of professional knowledge. In: *Araújo, A., et al.: Proceedings of the EIMI 2010 (educational interfaces between mathematics and industry). Lisbon, Portugal: 253-268.*

Der Artikel stellt die Grundannahme in Frage, dass mathematische Praxis immer die Anwendung von mathematischen Modellen ist. Er argumentiert und beschreibt anhand von Beispielen, dass neben den mathematischen Modell implizites Wissen aktiv ist, welches einen anderen Ursprung hat, welches aus persönlichen Erfahrungen und körperlichen Interaktionen mit der Umwelt stammt. Dieses Wissen ist zentral, um die Verbindung zwischen allgemeiner Mathematik und der konkreten Handlungssituation herzustellen.

Er kommt daher unter anderem zum Schluss, dass die üblichen schulbasierten Mathematiktests das Wissen eines erfahrenen Praktikers nicht erfassen kann.

Nebenbei wird angemerkt, dass natürlich auch Schülerinnen und Schüler eine bestimmte Praxis des Mathematikgebrauchs leben: Still am Tisch sitzen und theoretisches Wissen nach bestimmten Regeln schriftlich oder mündlich präsentiere.

Herndon, J. (1971). Die Schule überleben. *Stuttgart, Klett.*

Sehr witzig geschriebener Erlebnisbericht eines Oberstufenlehrers, der allerlei versucht hat. Hauptbotschaft: Man kann die Schule nicht ändern, sie ist und bleibt katastrophal. Man kann nur versuchen, darin zu überleben und die Freiräume nutzen, die sich ab und zu bieten.

Viele schöne Porträts einzelner Kinder, die in der Schule versagen, aber sonst ganz OK sind. Ein Beispiel zu Mathematik: Junge, der in der Freizeit auf einer Bowling-Bahn arbeitet und dort die Punkte für zwei gleichzeitig laufende Spiele nachführt. In der Schule kann er nicht vernünftig addieren.

Heymann, H. W. (1996). Allgemeinbildung und Mathematik. *Weinheim, Beltz.*

"Fast alles, was über den Standardstoff der ersten sieben Schuljahre hinausgeht, darf, ohne dass sich die Betroffenen merkliche Nachteile einhandelten, vergessen werden." (S. 134)

"Mathematische Inhalte und inhaltsbezogene Qualifikationen, auf die Nicht-Mathematiker nach Abschluss der Ausbildung im Alltag bisweilen zurückgreifen:

1. Arithmetischer Bereich: Anzahlbestimmungen; Beherrschung der Grundrechenarten (je nach Komplexität "im Kopf" oder schriftlich); Rechnen mit Grössen, Kenntnisse der wichtigsten Masseinheiten, Durchführung einfacher Messungen (vor allem Zeit und Länge); Rechnen mit Brüchen mit einfachem Nenner in anschaulichen Kontexten; Rechnen mit Dezimalbrüchen; Ausrechnen von Mittelwerten (arithmetisches Mittel); Prozentrechung; Zinsrechnung; Schlussrechnung ("Dreisatz"); Durchführung arithmetischer Operationen mit einem Taschenrechner; Grundfertigkeiten im Abschätzen und Überschlagen.
2. Geometrischer Bereich: Kenntnisse elementarer regelmässiger Figuren (Kreis, Rechteck, Quadrat etc.) und Körper sowie elementarer geometrischer Beziehungen und Eigenschaften (Rechtwinkligkeit, Parallelität etc.); Fähigkeit zur Deutung und Anfertigung einfacher graphischer Darstellungen von Grössen und Grössenverhältnissen (Schaubilder, Diagramme, Karten) sowie Zusammenhänge zwischen Grössen mittels kartesischer Koordinatensysteme." (S. 136f)

Drei Anforderungen an den zukünftigen Mathematikunterricht

1. „Mathematik als Medium“ mehr beachten.
2. Abschätzen und Kontrollieren (beim Gebrauch technischer Hilfsmittel) mehr betonen
3. Reflektieren von Standardanwendungen

Hinrichs, G. (2008). Modellierung im Mathematikunterricht. *Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag.*

Gutes Hintergrundkapitel zum Modellierungsprozess. Viele schöne Beispiele für anregende Aufgaben.

Hofstadter, D. & Sander, E. (2013). *Surfaces and Essences. Analogy as the Fuel and Fire of Thinking*. New York: Basic Books.

Deutsch (2014) Die Analogie: Das Herz des Denkens*, Klett-Cotta.*
Französisch (2013) *L'analogie : Coeur de la pensée*. Paris: Odile Jacob.
Viele, viel schöne Beispiele dafür, dass Denken über Analogien funktioniert – und damit auch das Denken in Zahlen und anderen mathematischen Kategorien. "People do not mentally juggle with patterns of unanchored, meaningless symbols. Rather, thought is anchored in two fashions (that is, the meanings of our concepts come from two sources). Firstly, thought is anchored in the past through analogies, and secondly it is anchored in the concrete world through the body." Das führt unter anderem dazu, dass "Most people use the term “division” not to describe a concept that they learned in school, but to describe a category of situations that was part of their lives before they started school — sharing." Und das führt dann zum bekannten Problem, dass sie Schwierigkeiten mit Berechnungen haben, wo das Resultat grösser ist als die Ausgangszahl, denn beim Teilen (sharing) wird es immer weniger – leider.

Holt, J. (2004). Aus schlauen Kindern werden Schüler. Von dem, was in der Schule verlernt wird. *Weinheim, Beltz.*

Schüler versuchen irgendwie die Situation der Schule zu interpretieren. Das tun sie selten im Sinn der Lehrenden. Ihr Ziel ist es nicht, etwas zu lernen, sondern die richtige Antwort zu geben.

"Numerisches Rechnen sollte als ein einfacherer und schnellerer Weg angesehen werden, etwas zu tun, das man schon kann, aber nicht als eine Sammlung mysteriöser Rezepte, um richtige Antworten auf unverständliche Fragen zu finden" (S. 150)

"Die einzige Antwort, die im Kopf einer Person wirklich hängenbleibt, ist die Antwort auf Fragen, die diese selbst stellt, sich oder anderen." (S. 174)

Johnston, B., Baynham, M., et al. (1997). Numeracy in Practice. Effective Pedagogy in Numeracy for Unemployed Young People*. Research Report. Sydney, Centre for Language and Literacy, University of Technology.*

Befragung von 25 jungen Arbeitslosen zu ihrer Anwendung von Mathematik im Alltag. Enthält eine Fülle von Beobachtungen und anregenden Überlegungen.

Jorgensen, R., Gates, P. & Roper, V. (2014). Structural exclusion through school mathematics: using Bourdieu to understand mathematics as a social practice. *Educational Studies in Mathematics 87(2): 221-239.*

Illustrieren anhand von zwei Fallstudien, wie das "kulturelle Kapital" (Bourdieu), welches die Lernenden mitbringen, über ihren Lernerfolg im Fach Mathematik mitentscheidet. Das Mädchen in der einen Fallstudie ist sich von zuhause aus gewohnt, Mathematikaufgaben hartnäckig und selbstständig zu bearbeiten. Sie verbindet positive Emotionen und positive Werte mit Mathematik und kommt entsprechend gut damit zurecht. Der Knabe hingegen bringt eine kritische Haltung bezüglich der Nützlichkeit der Schulmathematik mit und akzeptiert dann auch anstandslos die ihm zugeschriebene Lernschwäche. Der Vergleich der beiden Lernenden bringt verschiedene interessante Details zu Tage. So glaubt beispielsweise der schwache Lernern, dass man schnell arbeiten und vieles auswendig wissen muss, um in Mathematik erfolgreich zu sein. Die starke Lernende hingegen geht davon aus, dass man oft verschiedenste Lösungsansätze probieren und viel Geduld haben muss, bis man zu einer Lösung gelangt.

Kapur, M. & Bielaczyc, K. (2012). Designing for Productive Failure. *Journal of the Learning Sciences 21(1): 45-83.*

Die Arbeit vergleicht zwei verschiedene Unterrichtsszenarien:

1. Direkte Instruktion: Die Lehrperson erklär, wie man eine bestimmte Art von Aufgaben angeht, anhand eines Beispiels. Die Lernenden üben dann dieses Vorgehen anhand von neunen Aufgaben
2. Produktives Scheitern (Productive Failure): Die Lernenden lösen vor jeder Instruktion ein Beispiel so gut sie es mit Hilfe ihres Vorwissens können. Die Lehrperson erklärt dann, wie man die Probleme überwinden kann, welche die Lernenden hatten.

Es zeigt sich, dass die Lernenden beim Produktiven Scheitern in derselben Zeit deutlich mehr lernen als bei der Direkten Instruktion (für mehr Details vgl. http://hrkll.ch/WordPress/vom-kopf-auf-die-fuesse/didaktisches-grundmodell/produktives-scheitern)

Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (2004). The Real Story Behind Story Problems: Effects of Representations on Quantitative Reasoning. *The Journal of the Learning Sciences 13(2): 129-164.*

Die Autoren haben beobachtet, dass die meisten Lehrenden und Mathematikdidaktiker davon ausgehen, dass „Sätzchenaufgaben“ schwieriger als „reine Rechnungen“ sind. Im Unterricht dominiert daher: Zuerst Formeln dann Anwendungen. Die Autoren spekulieren darüber, dass sich wohl die meisten Experten nicht mehr bewusst sind, wie schwierig es war, den Formalismus zu erlernen.

Es gibt aber keine empirischen Belege dafür, dass in eine Situation eingebettet Aufgaben schwieriger sind. Wenn überhaupt gibt es Belege für das Gegenteil, wie etwa die Untersuchungen an Strassenkinder von Nunes et al. (1993).

In ihrer Studie vergleichen sie drei verschiedene Abstraktionsstufen:

- Geschichten: „Ich verdiene 4 $ pro Stunde und habe 3 Studen gearbeitet, Um herauszufinden, wie viel ich verdient habe, multipliziere in die 4 $ mal 3. Dazu habe ich noch 15 $ Trinkgeld erhalten ...“.
- Rechenanleitungen: „Multipliziere 4 mit 3 und addiere …“
- Formale Aufgaben: 4 x 3 + ..

Sie finden deutliche Unterschiede zwischen den drei Stufen: Geschichten knapp 70% richtig gelöst; Rechenanleitungen gut 60%; formale Aufgaben gut 40%. Interessant ist dabei noch, dass der eher kleine Unterschied zwischen Geschichten und Rechenanleitungen bei Aufgaben mit Dezimalbrüchen (1.20, 3.40 etc.) deutlich grösser ausfällt. Ihre Vermutung dazu: In den Geschichten geht es um Dollars und Cents, was sich kontextbezogen offenbar leichter verarbeiten lässt, als die Verarbeitung „leerer“ Dezimalzahlen.

Ihre Konsequenz: In der Forschung wurden bisher die Schwierigkeiten beim Verstehen/Erlernen arithmetischen Notation unterschätzt bzw. meist als trivial ignoriert! Didaktisch schlagen sie vor: Zuerst sollten die Lernenden sich intensiv mit der Lösung auch von komplexeren Geschichten auseinandersetzen. Dabei lernen sie unter anderem viel über qualitative Rahmenbedingen (Was für Resultate sind überhaupt möglich? Wie verändert sich das Resultat wenn sich einzelne Aspekte in der Geschichte ändern? Etc.). Erst dann sind sie soweit, Formeln als abstrakte Darstellungen zu erlernen.

Laborde, C. (1990). Language and Mathematics. In: *Nesher, P. & Kilpatrick, J.: Mathematics and Cognition. A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge MA., Cambridge University Press: 53-69.*

Die in Mathematikaufgaben verwendete Sprache ist sehr dicht mit vielen Nominalisierungen. Die mathematische Notation hat eine andere Syntax als die Syntax natürlicher Sprachen.

Daraus resultieren viele typische Fehler wie etwa: "Es gibt sechs mal so viele Studenten wie Professoren" wird als 6S=P geschrieben.

Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being. *New York, Basic Books.*

Sehr reichhaltiges Grundlagenwerk über die Verwurzelung von Mathematik in Psyche und Körper (Piaget als Ausgangspunkt schimmert durch, ist aber nicht dominant). Grundidee: Neuronale Mechanismen, welche Wahrnehmung und Bewegungssteuerung gewährleisten, können im "Leerlauf" auch anderen Strukturen Halt geben. Wenn wir uns ein Konzept gleich vorstellen wie wir uns beispielsweise eine Bewegung vorstellen, dann sind wir auf stabilem Grund.

Diese Grundidee wird anhand vieler Gebiete der Mathematik illustriert, beispielweise:

- Arithmetik
- Mengenlehre
- Unendlichkeit in der Mathematik und die damit verbundenen Probleme
- Reelle Zahlen
- ...

Zentraler Begriff ist die Metapher. Für die Arithmetik beschreiben sie beispielweise folgende Metaphern:

- Sammlungen von Objekten (Behälter mit Inhalt)
- Konstruktion von Objekten (5=2+3)
- Massstab (Intervalle auf Zahlenstrahl)
- Bewegungen entlang einer Linie (Zahlenstrahl)

Ausserordentlich reichhaltiges und spannendes Buch! Das einzige, was mir oft fehlt, ist ein Hinweis bzw. die Reflektion über den Zweck, zu dem die jeweiligen mathematischen Strukturen ersonnen wurden. Z.B. Unendlichkeit: Ein Ingenieur braucht eine Approximation für gewisse Werte. Der Limit ist ein Wert, von dem sich der Näherungsprozess nicht mehr weit entfernen wird - nicht zwingend ein "Endzustand" im Unendlichen.

Lave, J. (1988). Cognition in practice. Mind, mathematics and culture in everyday life. *Cambridge, Cambridge University Press.*

Rechnen beim Einkaufen im Supermarkt: Das Bewältigen einer Aufgabe hat nicht eine "im Kopf" definierte Struktur (wie z.B. eine Grammatik). Die Struktur ergibt sich in einem komplexen, dialektischen Prozess zwischen Zielen etc. der Person und Eigenschaften des Settings. "Mathematik" kommt dabei meist nur zum tragen, wenn es eine "Störung" gibt, d.h. wenn der Prozess nicht so glatt ablaufen kann, wie gewohnt. Wobei die Person selbst mitentscheidet, ob das nun ein "Problem" ist oder nicht. Das "Problem" ist dann bereits so gut verstanden, dass klare Erwartungen bestehen, wie das Resultat etwa aussehen könnte und somit das "Rechnen" sehr gut kontrolliert werden kann. Häufig werden dabei Vereinfachungen versucht, an denen mehrmals "gebastelt" wird, bis das Resultat Sinn macht. In den allermeisten Fällen ist das Resultat auch korrekt.

Liljedahl, P. (2015). Numeracy task design: a case of changing mathematics teaching practice. *ZDM 47(4): 625-637.*

Der Autor begleitet eine Gruppe Lehrender, die für ihren Distrikt einen "Numeracy-Test" machen müssen. Die Vorgaben, was darunter zu verstehen ist, sind sehr vage, so dass die Gruppe viele Freiheiten hat. Er beobachtet, dass sich dadurch ihr eigener Unterricht massiv verändert. Beispielsweise: "Anstatt zuerst zu erklären und dann Übungsaufgeben zu geben, gebe ich die Aufgaben nun zuerst. Ich halte meinen Unterricht rückwärts."

Es sind vor allem drei Dinge, die nach seiner Meinung den Wandel ausgelöst haben:

- Die Einstiegsaufgabe, welche er als Projektleiter stellte: "Denkt an ehemalige, gute Lernende." Dies führte bei allen Teilnehmenden dazu, dass sie ihre expliziten Theorien über Bord warfen, da alle guten Lernenden, an die sie sich erinnerten, nicht zu diesen Theorien passten.

- Konkrete Umsetzungsaktivität: Die Arbeit an konkreten Testaufgaben half enorm bei der Klärung und Präzisierung von Vorstellungen.
- Bedeutsame Erfahrungen: Als die Lehrpersonen den Test versuchsweise einmal in den eigenen Klassen einsetzten, zeigten ihre Lernenden überraschend schlechte Leistungen. Dies war dann der Hauptauslöser für die Veränderungen im Unterricht.

Bezüglich Nuemracy (Alltagsmathematik) ergab sich im Verlauf des Prozesses auch eine bedeutsame Verschiebung in den Haltungen der Lehrpersonen: Sahen sie anfangs Numeracy als Teil (Teilgebiet) der Mathematik, war es um Schluss umgekehrt: Mathematik als Teil von Numeracy.

Lütje-Klose, B. (2003). Didaktische Überlegungen für Schülerinnen und Schüler mit Lernbeeinträchtigungen aus systemisch-konstruktivistischer Sicht. In: *Balgo, R. & Werning, R.: Lernen und Lernprobleme im systemischen Diskurs. Dortmund, verlag modernes lernen, Borgmann: 173-204.*

Dreischritt: 1) Individuelle Konstruktion; 2) Rekonstruktion im kulturellen Kontext; 3) Dekonstruktion: Es könnte auch ganz anders sein.

Masingila, J. O. (1994). Mathematics Practice in Carpet Laying. *Anthropology & Education Quarterly 25(4): 430-462.*

Eine wunderschöne Zusammenstellung von intensiven Beobachtungen der Arbeit von Teppichlegern. Die Autorin fasst zudem ein paar wesentliche Merkmale von "Mathematik" am Arbeitsplatz präzise zusammen.

1. Die "Aufgaben" sind in reale, bedeutungsvolle Kontexte eingebettet.
2. Die verwendeten mathematischen Prozeduren weichen oft stark von dem am, was in der Schule gelernt wird.
3. Oft ist ein höheres Niveau an Reflexion notwendig, als in der Schule üblich oder erwartet
4. Welche Prozeduren man einsetzen kann, ist meist klar. Die Frage ist mehr, wie man mit unüblichen Rahmenbedingungen wie etwa eine unregelmässiger Grundriss des Raumes oder einer Säule in der Mitte umgeht.
5. Die verwendeten Prozeduren werden nicht benötigt, um Entscheidungen zu fällen. Diese sind gefallen. Es geht nun darum, wie viel Material benötigt wird.

Eine Beispiel aus den Beobachtungen: "Herauszufinden, wie man die Resten der mitgebrachten Bahnen als Füllstücke nutzen kann, war für mich am schwierigsten zu lernen. Du muss dazu in der Lage sein, all die Stücke in deinem Kopf zusammenzusetzen, und zwar so, dass alle in dieselbe Richtung verlaufen".

Marr, B., Helme, S. & Tout, D. (2003). Rethinking Assessment. Strategies for holistic adult numeracy assessment. A resource book for practioners, policy makers, researches and assessors*, Language Australia.*

Interessantes Modell einer ganzheitlichen Kompetenz, die weit über Wissen und Fertigkeiten hinausgeht und unter anderem die Bedeutung des Selbstvertrauens betont.

Viele gute Überlegungen und Beispiele zur Erfassung einer solchen Kompetenz.

Nathan, M. J. & Koedinger, K. R. (2000). Moving beyond Teachers' Intuitive Beliefs about Algebra Learning. *The Mathematics Teacher 93(3): 218-223.*

Saubere Studie dazu, wie Lernende wirklich mit Rechenaufgaben umgehen und wo sie tatsächlich Schwierigkeiten haben.

Lehrpersonen erwarten, dass für die Lernenden formale Aufgaben wie 2x + 5 = 9 einfacher zu lösen sind, als "Geschichten" wie "Max arbeitete 2 Stunden und machte zusätzlich zum Stundenlohn noch 5 Fr. Trinkgeld. Zusammen verdiente er 9 Fr." Tatsächlich ist es genau umgekehrt.

Dies liegt daran, dass die Lernenden eine Geschichte nicht in eine Formel "übersetzen" und dann lösen. Vielmehr "wickeln" sie die Geschichte direkt ab, etwa wie folgt: "9 Fr weniger das Trinkgeld sind 4 Fr.. Das gibt dann 2 Fr. pro Stunde".

Die didaktische Konsequenz: Mit Geschichten anfangen und diese rechnen lassen, dabei kann man darauf zählen, dass die Lernenden verschiedene intuitive Methoden mitbringen. Die Zahlen in den Geschichten so wählen, dass die Lernenden gezwungen sind, sich zu notieren, was sie tun. Lässt man sie das lange genug machen, werden sie selbst Notationen erfinden. Dann kann man die offizielle Notation als bewährtes Werkzeug einführen.

Noss, R. & Hoyles, C. (1996). Windows on Mathematical Meanings. Learning Cultures and Computers. *Dordrecht, Kluwer.*

Führen den Begriff der "situierten Abstraktion" ein: Mathematische Abstraktion, die zwar einen Schritt über die konkrete Problemsituation hinaus geht, aber im Wesentlichen noch mit dieser Situation verwoben bleibt. Sie zeigen anhand vieler Beispiele, wie Computerprogramme, mit deren Hilfe man Zusammenhänge erforschen kann, dies Art von situierter Abstraktion fördern können.

Noss, R., Hoyles, C. & Pozzi, S. (2000). Working knowledge: mathematics in use. In: Bessot, A. & Ridgway, J.: Education for Mathematics in the Workplace. Dodrecht, Kluwer: 17 - 36.

Zwei Alltagsmathematische Beispiele

- Seitenwindberechnung bei Piloten
- Das Konzept des „normalen“ Blutdrucks bei Pflegenden

Nunes, T., Schliemann, A. D. & Carraher, D. W. (1993). Street mathematics and school mathematics. *Cambridge MA., Cambridge University Press.*

Eine Zusammenfassung verschiedener Studien. Ein zentrales Resultat: "street mathematics" ist oral, bewahrt ständig den Bezug zur Aufgabe und schreitet beim Rechnen von "links" (grossen Einheiten) nach "rechts" voran. Rechnungsfehler sind daher eher klein und Resultate leicht auf Plausibilität zu überprüfen.

"school mathemtics" ist schriftlich, möglichst von jedem realen Bezug abstrahiert und schreitet beim Rechnen von "rechts" nach "links". Rechnungsfehler pflanzen sich fort und können groteske Formen annehmen. Oft werden Resultate nicht auf Plausibilität überprüft.

Papert, S. (2006). Afterword: After How Comes What. In: *Sawyer, R. K.: The Cambridge Handbook of The Learning Sciences. Cambridge MA., Cambridge University Press: 531-586.*

Man stelle sich vor, dass in römischen Zeiten Pädagogen darauf angesetzt worden wären, mehr Leuten flüssiges Rechnen mit römischen Ziffern beizubringen. Sicher wären Fortschritte gemacht worden. Viel wirkungsvoller war aber die Einführung der arabischen Ziffern. Multiplizieren grösserer Zahlen etwa wurde dadurch von einer exotischen Fertigkeit zu einer Grundfertigkeit. (S. 582)

Die Mathematik wurde von Mathematikern für ihre eigenen Zwecke geschaffen. Die Sprache hingegen entwickelte sich ohne das Zutun der Linguisten (S. 582)

Prediger, S. (2008). Do You Want Me to Do It with Probability or with My Normal Thinking? Horizontal and vertical views on the formation of stochastic conceptions. *International Electronic Journal of Mathematics Education 3(3): 126-154.*

Schöner Rekonstruktionsversuch dessen, was Lernende beim Thema Wahrscheinlichkeitstheorie denken. Überzeugend: Es gibt zwei Fragestellungen:

1. Was geschieht als nächstes? Beispielweise: Welche Augenzahl wird als nächstes geworfen?
2. Welche Ereignisse kann man längerfristig wie häufig erwarten?

"Normalsterbliche" sind verständlicherweise an der ersten Frage interessiert und daher von der Wahrscheinlichkeitsrechung enttäuscht - unbewusst oder sogar bewusst.

Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In: *Fritz, A. & Schmidt, S.: Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Weinheim Beltz 213-234.*

"Wer jedoch Lernenden nur zu Beginn einer Unterrichtseinheit Aufgaben mit Bezug zu inhaltlichen Vorstellungen anbietet und dann unwiederbringlich zum Kalkül übergeht, darf sich nicht wundern, dass die Brücke zum inhaltlichen Denken bei vielen abbricht. Deswegen kommt es nicht nur auf die Qualität des Zugangs an, sondern auch darauf, die Vorstellungsorientierung weiter aufrecht zu erhalten; keinesfalls statt Kalkül, aber immer wieder in Ergänzung dazu."

"1. Konsequent im Inhaltlichen verweilen, so dass Lernende mit dem neuen Inhalt zunächst Vertrautheit gewinnen können und selbst ein Bedürfnis nach denkentlastenden Abkürzungen empfinden. Dann kann nach dem Prinzip der fortschreitenden Schematisierung ein Kalkül angeboten werden.

2. Auch nach Einführung des Kalküls immer wieder Rechnungen an inhaltliche Denkweisen rückbinden, damit der Bezug nicht verloren geht.

3. Aufgaben mit inhaltlichen Bezügen auch in der Klassenarbeit einbauen."

Prediger, S. (2009). Verstehen durch Vorstellen. In: *Hefendehl-Hebeker, L., et al.: Mathemagische Momente. Berlin, Cornelsen: 166-175.*

Die gleichen Grundideen wie im Artikel "Inhaltliches Denken vor Kalkül"

"Zu den meisten mathematischen Objekten gibt es mehr als eine relevante Grundvorstellung, aus der jeweils situativ die richtige ausgewählt werden muss." (S. 170)

Ruf, U. & Gallin, P. (1980). Mängel im Deutsch- und Mathematikunterricht. *Tages Anzeiger, 23.9. Zürich: 47-48.*

Entwerfen ein eindrückliches Bild: Der Mathematikunterricht baut mitten in der Wüste ein tolles öffentliches Verkehrsnetz auf, mit Tramlinien, U-Bahnen, komplexen Knotenpunkten mit Rolltreppen von einer Ebene zur anderen etc. Die Stadt darum herum fehlt aber vollständig. Und der Zugang vom Alltagsleben zu diesem Spielparadies ist nur ein schmaler Trampelpfad, der mit Mühe offen gehalten wird.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1997). Social Interactions and Mathematic Learning. In: *Nunes, T. & P., B.: Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective. Hove, Psychology Press: 265-283.*

In Anwesenheit des Lehrers werden andere "Sprachspiele" gespielt, als im Alltag. Z.B. wird beim Rechen mit dem Lehrer mehr konventionelle arithmetische Notation eingesetzt als sonst. Bei Kapitänsaufgaben beobachten sie, dass die Lernenden diese "privat" sehr wohl für absurd halten, öffentlich aber dem "Sprachspiel" zu genügen versuchen. Hübsches Beispiel: "Ein Bauer hat 87 Reihen zu 150 Salatköpfen. Wie gross ist das Landstück?" Antwort: "13050 Salatköpfe".

Schwartz, D. L., Sears, D. & Chang, J. (2007). Reconsidering Prior Knowledge. In: *Lovett, M. & Shah, P.: Thinking with Data. Mahwah, NJ, Erlbaum: 319-344.*

Zeigen, dass Lernende, die zuerst versucht haben, die Aufgabe selbst zu lösen, bevor sie eine Instruktion bekommen, von der Instruktion viel mehr profitieren. Nach ihrer Meinung ist es entscheidend, dass man berücksichtig, dass die Lernende meist Vorwissenstücke mitbringen, die sich gegenseitig widersprechen. Entsprechend kann man nicht direkt auf diesem Vorwissen „aufbauen“. Ihr Vorschlag:

Erstens muss man den Lernenden helfen sich tief genug in ein Problem hineinzudenken, so dass sie sich ihres widersprüchlichen Vorwissens bewusst werden (1. Lernende sollen eine neues „Modell“ entwickeln, das mit verschiedenen, kontrastierenden Situationen umgehen kann. 2. Die Lernenden testen dieses Modell in paarweisen Aufgaben in verschiedenen Kontexten. 3. Die Lernenden verändern ihr Modell, so dass es auch in den neunen Kontexten bestehen kann. 4. Die Lernenden vergleichen ihre Modelle und bewerten, wie gut sie wohl weitere Tests bestehen werden) Zweitens muss man dann den Lernenden Werkzeuge zur Verfügung stellen, um ihre Modelle auf eine neue Ebene zu bringen. Und schliesslich kontrastiert man das Produkt dieser Arbeit mit der kanonischen „Lösung".

Sfard, A. (2008). Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing. *Cambridge, Cambridge University Press.*

Ein sehr ambitionierter Versuch, Mathematik in der Kommunikation zu verankern. Die Grundidee ist im Wesentlichen die folgende: Denken ist Kommunikation. Menschliche, sprachliche Kommunikation ist rekursiv, d.h. Kommunikation über Kommunikation ist möglich. Damit das handhabbar ist, wird oft die jeweils untere Ebene objektiviert, d.h. Kommunikationen werden zu abgetrennten Objekten gemacht.

Mathematik ist eine extrem rekursive Kommunikation in der Objektivieren eine grosse Rolle spielt. Die unterste Ebene ist Kommunikation über das Zählen von Objekten: „Egal wie ich vorgehe, wenn ich diesen Haufen von Steinchen abzähle, ich ende immer bei fünf." Später wird dieses „fünf" zum Objekt „5", auf das man auf einer oberen Kommunikationsebene zurückgreifen kann.

Sfard unterscheidet drei Arten von mathematischen Kommunikationen: 1) „Taten" - mit dem Ziel, reale Objekte zu verändern (z.B. Geld herausgeben); 2) „Explorationen" - mit dem Ziel, neue, von der Kommunikationsgemeinschaft akzeptierte Erzählungen zu generieren (z.B. „3/4 ist grösser als 3/5"); 3) „Rituale" - mit dem Ziel, soziale Akzeptanz durch die Kommunikationsgemeinschaft zu erreichen (z.B. Abzählspiele).

Lernen ist das Hineinwachsen in diese Kommunikationen. Versucht jemand in eine Kommunikation hineinzuwachsen, die eine Rekursionsebene über der liegt, in der sie bisher zuhause war, entsteht ein Konflikt, da einiges, was bisher galt, nicht mehr gilt. Dieser Konflikt kann nicht durch „Verstehen" gelöst werden, sondern nur durch das Hineinwachsen in den Gebrauch der Kommunikation. Unter Umständen ist es dazu notwendig, dass die Kommunikation zuerst nur als Ritual gebraucht wird (Beispiel: Abzählspiele).

Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Mathematics Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *ZDM - Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 98(6): 195-203.*

Illustriert anhand eines konkreten Projekts, wie man bei Lernenden ein Bewusstsein dafür wecken kann, dass in verschiedenen Zusammenhängen „Mathematik" genutzt wird, um das Zusammenleben von Menschen zu „formatieren". Die Lernenden mussten a) eine Prognose für die Bevölkerungsentwicklung ihres Distrikts machen und b) die Finanzierung der (privaten) lokalen Musikschule diskutieren. Dabei geschieht so etwas wie „mathematische Archäologie", denn es geht u.a. darum auszugraben, in welche (Entscheidungs)Prozesse Mathematik vergraben wurde. Im ganzen Prozess werden vier Arten von Reflexion unterschieden:

1) Mathematik-orientiert: Werden die Kalkulationen korrekt ausgeführt?
2) Modell-orientiert: Bildet das Modell die Welt valide ab?
3) Kontext-orientiert: Was war die Absicht beim Einsatz genau dieses Modells?
4) Lebenswelt-orientiert: Wozu ist es gut, dass ich mich mit Mathematik auseinandersetze?

Smith, J. P. (1999). Tracking the Mathematics of Automobile Production: Are Schools Failing to Prepare Students for Work? *American Educational Research Journal 36(4): 835-878.*

Untersuchte die Anforderungen mathematischer Art, welchen sich Mitarbeitenden in der Automobilindustrie stellen. Kommt generell zum Schluss, dass das, was bis zur achten Klasse gelernt wird, als Vorbereitung dafür eigentlich reicht. Allerdings gibt es einen wesentlichen Unterschied: In der Schule wird meist mit „reinen" Zahlen gerechnet. Im Beruf geht es immer um Messgrössen. Es wäre gut, die Lernenden wären darauf besser vorbereitet. Zudem unterschieden sich die eingesetzten Berechnungsmethoden stark von den in der Schule behandelten Verfahren. Die Schule sollte mehr Gewicht legen auf

a) Grössen im Arbeitskontext
b) Wie aus Grössen Zahlen werden, v.a. über Messvorgänge

c) Alternative Berechnungsverfahren
d) räumliches, nicht-numerisches Denken.

Taylor, J. & Cox, B. D. (1997). Microgenetic Analysis of Group-Based Solution of Complex Two-Step Mathematical Word Problems by Fourth Graders. *Journal of the Learning Sciences 6(2): 183-226.*

Vergleichen zwei didaktische Arrangements: „Socially assisted learning“ und „modelling“. Im ersten Fall sorgt der Tutor (im Gegensatz zum „modelling“) dafür, dass: (a) die Lernenden in der Gruppe sich auf ein Resultat einigen; (b) dass die Lernenden selbst abwechselnd Tutor spielen und dabei immer mehr seiner Aufgaben übernehmen; (c) allen Vorschlägen (auch „falschen“ nachgegangen wird); (d) dass alle Kinder gleichzeitig und miteinander am selben Aspekt der Aufgabe) arbeiten. Zudem unterstützt er (e) die Lernenden während des Problemlösen auf der metakognitiven Ebene.

Grösste Unterschiede: Im ersten Fall entwickelt sich ein echt kooperatives Lernen; im zweiten Fall wird, obwohl vom Tutor angemahnt, kaum kooperiert, Bemerkungen gehen unter etc. Wichtiger Faktor: In der ersten Bedingung nehmen die Kinder, welche reihum als Tutor agieren, ihre Rolle ernst und werden auch akzeptiert, was viel Unruhe aus der Gruppe nimmt.

Verwenden für die Gruppendiskussionen ein dreiteiliges "reflection board" mit den Teilen: Vorbereitung: Bekannt, Gesucht, Schätzungen; Zeichen/Machen: Platz um die Lösung zu suchen, zu berechnen; Kontrolle: Platz um das Resultat zu kontrollieren (rückwärts rechnen etc.) Das Board wird von den Teilnehmenden in der "sozialen" Gruppe als echtes Werkzeug erlebt, von den "modellierten" nur als weiteres schulisches Format, dem man halt genügen muss.

Treisman, U. (1992). Studying students studying calculus: A look at the lives of minority mathematics students in college. *The College Mathematics Journal 23(5): 362-372.*

Ein spannendes, kulturvergleichendes Resultat zu Lernschwierigkeiten und Lerngewohnheiten: Afroamerikaner schneiden in den USA im College in Mathematikkursen viel schlechter ab als Lernende mit einem asiatischen Hintergrund. Eine Ursache dafür ist, dass Afroamerikaner typischerweise für sich allein lernen. In ihrer sozialen Umgebungen gilt gemeinsames Arbeiten (und damit auch Lernen) als ein Zeichen von Schwäche, als ein Eingeständnis, dass man es allein nicht schafft. Ganz anders in asiatisch geprägten Gruppen. Hier hat Teamwork einen hohen Wert und Lernen findet nach Möglichkeit in Gruppen statt. Das Problem lässt sich angehen, indem man spezielle Workshops durchführt, bei denen gemeinsames Lernen gefördert wird. In einem Beispiel sank dadurch bei den Afroamerikanern die Durchfallquote von 60% auf 4%!!

van der Kooij, H. (1998). Useful mathematics for (technical) vocational education. *Proceedings of ALM-5. London, Goldsmiths College, University of London.*

In Holland gibt es seit längerem eine Bewegung mit dem Namen „Realistic Mathematics Education“ (RME). Befürwortet, dass man die Lernenden selbst einmal Probleme lösen lässt und dann auf ihren Lösungen aufbauend die "mathematische" Lösung anbietet.

Schöne Beispiele: Anna und Susanne sind am sparen. Anna hat schon 50.- Fr. und bekommt jede Woche 2.50 Fr. dazu. Susanne erhält 4.- Fr. pro Woche und hat bisher 26.- FR. gespart. Nach wie viel Wochen werden sie gleich viel Erspartes haben. „Mathematisch“ ist das eine Gleichung mit einer Unbekannten. „Alltagsmathematisch“ lässt sich das aber auch auf ganz andere Arten angehen.

van der Kooij, H. (2001). Mathematics and Key Skills for the Workplace. *ALM Newsletter.*

RLM (s. van der Kooij, 1998) schlägt vor, dass man mathematische Konzepte zuerst in verschiedenen Kontexten exploriert und erst dann generalisiert. Im Bereich der Berufsbildung zeigt sich aber, dass diese Generalisierung nicht nötig ist. Es ist wichtiger, die spezifischen Eigenschaften der verschiedenen Kontexte zu besprechen, als die allgemeinen Merkmale herauszuarbeiten.

Es gibt zwei verschiedene Arten, Algebra einzusetzen: 1) Die Art der Mathematiker, welche Zahlen so behandeln, als wären diese Objekte, 2) die At der Praktiker, welche damit und einem Mix anderer Strategien reale Probleme angehen. Für die Berufsbildung ist der zweite Zugang der zentrale.

Vergnaud, G. (1990). Epistemology and Psychology of Mathematics Education. In: *Nesher, P. & Kilpatrick, J.: Mathematics and Cognition. A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge MA., Cambridge University Press: 14-80.*

Dasselbe mathematische Konzept "abstrahiert" oft ganz verschiedene Aufgabentypen bzw. Problemtypen. Z.B. negative Zahlen: 1) Verkleinerung eine Grösse, 2) Kompensation einer Vergrösserung 3) Umkehrung einer Operation 4) die Subtraktion zweier Transformationen 5) algebraische Klammer um eine ganze Menge zu subtrahierender Zahlen. Jede dieser Aufgaben hat oft ein eigenes Handlungsschema, mit dem sie bearbeitet wird (ein eigene "Theorie-in-Aktion") und es muss für die Lernenden überhaupt nicht klar sein, dass das nun alles unter einen Hut gebracht werden soll.

Anforderungen an die Lehrenden: Die eigne Sicht von Mathematik in Frage stellen, und akzeptieren, dass die Lernenden ganz unterschiedliche Sichtweisen mitbringen, von denen man ausgehen muss.

Wildt, M. (2003). Von der Gefahr der Fachstruktur und den Erfordernissen der am Lernprozess Beteiligten - eine systemische Reflexion über Lernen und Lernprobleme im Mathematikunterricht. In: *Balgo, R. & Werning, R.: Lernen und Lernprobleme im systemischen Diskurs. Dortmund, verlag modernes lernen, Borgmann: 205 -232.*

"Viel wesentlicher ist dagegen, ob die Schülerinnen und Schüler die in der Sachsituation sich stellende Fragestellung als Problemstellung begreifen. Mit anderen Worten: Ob sie anerkennen, dass für den - ggf. fiktiven - Handlungsträger die Fragestellung, die dieser bearbeiten will, als ein zu lösendes Problem erscheint" (S. 216).

"Die Frage, woher im konstruktivistisch orientierten Mathematikunterricht die Mathematik kommt, ist also leicht zu beantworten: Sie kommt von der Lehrkraft. Die Lehrkraft wählt das Unterrichtsmaterial ... bezeichnet Konstruktionen, die aus der Sicht eines Mathematikers als mathematisch gelten können, als solche ... steuert Konstruktionen und Konstruktionsmuster bei ... Und sie besteht darauf, dass - im Mathematikunterricht - die erprobten mathematischen Konstruktionen und Konstruktionsmuster Allgemeingut werden". (S. 230)

Schlägt vor, dass man mathematische Denkfiguren als Erfindungen betrachtet und als mehr oder weniger passende Antwort auf eine Frage bewertet. (S. 206 ff)

Yasukawa, K., Brown, T., & Black, S. (2013). Production workers' literacy and numeracy practices: using cultural-historical activity theory (CHAT) as an analytical tool. *Journal of Vocational Education & Training, 65*(3), 369-384. doi: 10.1080/13636820.2013.820214

Die Autoren gehen davon aus, dass Literacy wie Numeracy soziale Praktiken sind, die nicht unabhängig vom spezifischen Kontext verstanden werden können, in denen sie auftreten. Entsprechend besuchen sie konkrete Arbeitsplätze um dort zu beobachten und zu erfragen, wie beispielsweise „gerechnet" wird.

Sie stellen fest, dass es oft "äussere" Faktoren sind, welche bestimmen, wie gerechnet wird. Eine Kassiererin im Supermarkt könnte gar nicht die Eingabe jedes einzelnen Artikels in die Kasse umgehen und beispielsweise die Summe im Kopf ausrechnen, wenn sie das auch wollte. Denn die Registrierkasse ist nicht nur dazu da, das Total zu berechnen, sondern eben auch, um jeden einzelnen verkauften Artikel zu registrieren.

Als ausführliches Beispiel stellen sie dann einen Arbeitsplatz vor, an dem einzelne Gehäuse für Hörgeräte so konfiguriert werden, dass sie genau in den Höhrkanal eines bestimmten Kunden passen. Diese Arbeit erfolgt vollständig am Bildschirm mit Hilfe einer 3D Modellierungssoftware. In dieser Software steckt zwar ganz viel Mathematik. Die Arbeit mit der Software fühlt sich aber eher an wie das Spielen eines 3D Computerspiels. Entsprechend kommen die Autoren zum Schluss, dass es gerade an solchen hochtechnisierten Arbeitsplätzen schwierig ist, die Art Literacy und Numeracy zu entdecken, wie sie etwa als Kompetenzenraster beschreiben werden. Sie schlagen vor eher von einer integrierten „techno-mathematical literacy“ zu sprechen.

Zöttl, L., Heinze, A. & Reiss, K. (2007). Problemlösen im Kontext: Unterschiede in der Bearbeitung von Alltagsproblemen und mathematischen Problemen. In: *Peter-Koop, A. & Bikner-Asbahs, A.: Mathematische Bildung - Mathematische Leistung. Hildesheim, Franzbecker: 217-232.*

Vergleicht das Lösen von "strukturgleichen" Aufgaben im innermathematischen (z.B. Dreiecke sortieren) und aussermathematischen (z.B. Badegäste sortieren) Kontext. Deutlich bessere Leistung im aussermathematischen Kontext.

Wichtig ist dabei, dass die Lernenden die Problemsituation explorieren. "Diese Exploration erfordert offensichtlich eine gewisse Vertrautheit mit der Situation, vielleicht aber auch ein gutes Selbstvertrauen. ... Für Schule und Unterricht heisst das einmal mehr, dass ... die Schülerinnen und Schüler zu einem mutigen Umgang mit der Mathematik befähigt werden sollten. (S. 230)

2 Auf dem eigenen Mist gewachsen

Gräminger, B. & Kaiser, H. (2011). **Mathematisches Überlebenstraining für Bauarbeiter**. *Education Permanente(1): 40-42.*

Eine kurze Beschreibung eines betriebsinternen Weiterbildungskurses für einfache Tiefbaumitarbeiter. Im Zuge dieses Kurses wurde zuerst ermittelt, in welchen Situationen auf der Baustelle realistischerweise wie gerechnet wird. Anschliessend wurden die Situationen mit den Kursteilnehmenden der Reihe nach durchgespielt.

Kaiser, H. (2009). **Bausteine für ein Rahmenkonzept zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenz**. *Zürich, SVEB.*

Eine Zusammenstellung verschiedenster Texte zum Thema Alltagsmathematik: Was ist Alltagsmathematik? Wie kann man unterrichten/unterstützen? Welche Formen von Kursen gibt es/machen Sinn?

Kaiser, H. (2009). **Förderung der Kompetenzen von Stellensuchenden in Alltagsmathematik**. In: *Verband Dyslexie Schweiz: Dyskalkulie; Ansätze zu Diagnostik und Förderung in einer integrativen Schule. 13. Tagung des Verbandes Dyslexie Schweiz. Zürich: 23-32.*

Eine kurze Zusammenfassung wichtiger Punkte aus den "Bausteinen für eine Rahmenkonzept zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenz" (siehe dort).

Kaiser, H. (2009). **Modelle bauen und begreifen. Mehr als blindes Rechnen bei angewandten Aufgaben**. In: *Hefendehl-Hebeker, L., et al.: Mathemagische Momente. Berlin, Cornelsen: 74-85.*

Nur „Rechnen" können genügt nie, v.a. nicht im beruflichen Alltag. Damit keine gravierenden Fehler passieren, brauchen die Lernenden darüber hinaus ein anschauliches Bild der Problemsituation und ein Gefühl für die relevanten mathematischen Zusammenhänge. Hier kann man ihnen helfen, indem man sie in Gruppen mit Knete, Knöpfen und anderem Material die entsprechenden Strukturen legen lässt. Zuerst wird die Problemsituation nachgestellt, noch ganz ohne an das Rechnen zu denken. Dann folgt der Einbau der relevanten mathematischen Zusammenhänge in dieses Bild. Und erst ganz zu letzt werden konkrete Daten eingefügt und wird „gerechnet". Gerade schwache Lernende profitieren dabei davon, dass man ihren spontanen Impuls bremst, sofort mit den vorhanden Zahlen loszurechnen. Entwickelt wurde die Idee für das Fachrechnen an Berufsfachschulen. Sie ist aber problemlos auf alle Formen angewandten Rechnens übertragbar.

Kaiser, H. (2010). **Fachrechnen – Werkzeuge statt Rituale**. *Folio(6): 46-51.*

Eine Kurzbeschreibung der Umgestaltung des Fachrechnens in der Ausbildung zum Koch/zur Köchin (ausführlicher Kaiser, 2011). Im Zuge dieser Umgestaltung wurde 1) ermittelt, in welchen beruflichen Handlungssituationen überhaupt gerechnet wird, 2) zu jeder dieser Situation eine Lernumgebung gestaltet, 3) eine allgemeine situationsbezogene Didaktik formuliert.

Kaiser, H. (2010). **Rechnen und Mathematik anwendungsbezogen unterrichten**. *Winterthur, Edition Swissmem.*

Das hier zusammengestellte Material entstand im Rahmen verschiedener Kurse. All diesen Kursen waren zwei Fragen gemeinsam: Warum haben Lernende an Berufsfachschulen Schwierigkeiten beim Rechnen und wie wäre dem abzuhelfen? Es wird hier nicht der Anspruch erhoben, eine abschliessende Antwort auf diese Fragen zu geben. Dazu ist das Thema zu vielschichtig. Die folgenden Kapitel umkreisen die Fragen, geben da und dort eine Antwort, rufen zum Weiterdenken und Weitermachen auf. Sie spiegeln einerseits, was ich als

Autor zum Thema weis, und andererseits, was die Teilnehmenden an den Kursen für Fragen hatten. Ob also ein bestimmter Aspekt behandelt wird oder nicht, ist im Wesentlichen eine Folge dieses Zusammenspiels.

Kaiser, H. (2010). **Situiertes Wissen, subjektive Erfahrungsbereiche und Mathematik in der Berufsbildung**. In: *Prediger, S.: Beiträge zum Mathematikunterricht. Münster, WTM-Verlag: 469-472.*

Eine kurze Skizze dazu, inwiefern mathematisches Wissen und Können situiert ist. Daraus abgeleitet didaktische Vorschläge für den Unterricht in der Berufsbildung.

Kaiser, H. (2011). **Fachrechnen vom Kopf auf die Füsse gestellt – innovative Ansätze in der Ausbildung zum Koch/ zur Köchin**. In: *Niedermair, G.: Aktuelle Trends und Zukunftsperspektiven beruflicher Aus- und Weiterbildung. Linz, Trauner: 225-242.*

Beschreibt die Umgestaltung des Fachrechnens in der Ausbildung zum Koch/zur Köchin. Im Zuge dieser Umgestaltung wurde 1) ermittelt, in welchen beruflichen Handlungssituationen überhaupt gerechnet wird, 2) zu jeder dieser Situation eine Lernumgebung gestaltet, 3) eine allgemeine situationsbezogene Didaktik formuliert.

Kaiser, H. (2011). **Vorbereiten auf das Prozentrechnen im Beruf**. *Praxis der Mathematik in der Schule 53(41): 37-44.*

Lernende kommen typischerweise mit folgender Vorstellung vom ‚Prozentrechnen' in die Berufsbildung: „100% beziehen sich auf ein ‚Ganzes' und ein Prozentsatz wie 75% bezieht sich auf einen ‚Teil' dieses ‚Ganzen'". In verschiedenen beruflichen Kontexten ist diese Vorstellung aber nicht anwendbar. Beispielsweise geben die Bäcker in ihren professionellen Brotrezepten die einzelnen Zutaten in Prozent der Mehlmenge an. Hier sind weder die 100% Mehl in irgendeiner sinnvollen Interpretation das „Ganze", noch sind die 76% Wasser in irgendeiner Form Teil des Mehls. Entsprechend grosse Schwierigkeiten haben Lernende, wenn sie zum ersten Mal mit diesen „Bäckerprozenten" konfrontiert werden.

Dieses Problem lässt sich kaum lösen, denn die meisten Lernenden sind auf konkrete Vorstellungen wie die obige angewiesen, damit sie Berechnungen anstellen können. Und die obligatorische Schulzeit kann ihnen nicht alle möglichen Vorstellungen mitgeben, die für die verschiedenen Berufsfelder passend wären. Entsprechend muss die Berufsbildung auf den Vorstellungen aufbauen, die vorhanden sind und den Lernenden helfen, im Sinne eines „horizontalen Transfers" daneben neue, berufsbezogene Vorstellungen aufzubauen.

Kaiser, H. (2013). Alltagsmathematik im Beruf. *Insight Berufsbildung*. http://berufsbildung.educa.ch/de/alltagsmathematik-beruf-0

Ein kurzes Interview zum Projekt "Alltagsmathematik im Beruf". Was sind die Ziele? Was gibt es schon an Resultaten?

Kaiser, H. (2013). Fachrechnen: Den Berufsalltag in die Schule holen. *Newsletter Qualität SFBI, 9,* 1-2.

Ein kurzer Artikel zur Situation des Fachrechnens an Schweizer Berufsfachschulen (auf Deutsch, Französisch und Italienisch)

Kaiser, H. (2013). Ansätze für eine berufsbildungsspezifische Didaktik des Fachrechnens. *bwp@ Berufs- und Wirtschaftspädagogik – online, Ausgabe, 24*, 1-21.

Die Grundideen zu „Fachrechnen vom Kopf auf die Füsse gestellt" in einem längeren Artikel.

Kaiser, H. (2014). Tabellen statt Formeln. *Praxis der Mathematik in der Schule 57: 10-15.*

Im beruflichen Alltag spielen Proportionalitätsüberlegungen eine große Rolle. Oft lassen sich die dabei relevanten Zusammenhänge einfach und zielführend in Form von Tabellen darstellen. Diese Art der Darstellung eignet sich besser für den beruflichen Alltag als die Verwendung von Formeln und entsprechend wird im Berufsalltag auch eher tabellenbasiert als formelbasiert gerechnet. Nicht nur proportionale, sondern auch allgemeiner lineare Zusammenhänge von zwei oder mehr Größen sind mit Tabellen darstellbar.

Kaiser, H., Schelldorfer, R. & Winter, K. (2014). Mathematik fürs Leben – Von der Schule zum Beruf. *Praxis der Mathematik in der Schule 57: 2-9.*

Schule und damit auch der Mathematikunterricht soll Schülerinnen und Schüler auf das spätere Berufsleben vorbereiten. Dies bedeutet, dass die Lehrpersonen über die Anforderungen der Berufswelt informiert sein müssen: Welche unterschiedlichen Berufsausbildungsmodelle und Berufe gibt es? Welche mathematischen Kompetenzen benötigen die Schülerinnen und Schüler in den verschiedenen Berufsfeldern? Wie kann im Mathematikunterricht immer wieder der Bezug zur Berufswelt geschaffen werden?

Zumkehr, D. & Kaiser, H. (2014). Fachrechnen in der Ausbildung zum Agrarpraktiker. *Praxis der Mathematik in der Schule 57: 31-35.*

,,Agrarpraktiker/Agrarpraktikerin" ist ein Ausbildungsberuf in der Schweiz. Die schulischen Anforderungen in dieser Ausbildung sind nicht besonders hoch. Interessanterweise spielt aber auch in diesem Beruf gerade das mathematische Modellieren eine nicht zu unterschätzende Rolle. Und dabei werden gewisse Abstraktionsleistungen gefordert, wie beispielsweise bei der Frage des Düngerverbrauchs pro Hektar.

Kaiser, H. (2015). Lehrgang Alltagsmathematik. Weiterbildung für Kursleitende. In: *Grämiger, B. & Märki, C.: Grundkompetenzen von Erwachsenen fördern. Zürich, SVEB: 86-94.*

Der Lehrgang "Alltagsmathematik" ist als Weiterbildung für Kursleitende in der Erwachsenenbildung gedacht. Bisher wurde er vier Mal durchgeführt. Der Artikel beschreibt kurz die Entstehungsgeschichte und den Aufbau des Lehrgangs sowie die bisher gemachten Erfahrungen.

Kaiser, H. (2016). Mit Lernenden die rechnerisch/mathematische Bewältigung von beruflichen Alltagssituationen erarbeiten. In: *Roth, J. & Ames, J.: Beiträge zum Mathematikunterricht 2016. Münster, WTM-Verlag: 1289-1292.*

Drei Themen (alle unter fachrechnen.ch ausführlicher behandelt):

- Die Analogie zwischen Sprachgebrauch und Linguistik und Zahlengebrauch und Mathematik
- Die Acht Schritte kurz zusammengefasst
- Die Nullkorrelation zwischen dem BaisMath Test und den Schulleistungen in einem Beispiel

3 Mathematikdidaktik allgemein

Baruk, S. (2004). Si 7 = 0. Quelles mathématiques pour l'école? *Paris, Odile Jacob.*

Eine Analyse der Probleme im modernen Mathematikunterricht in der Schule. "Le système élimine des enfants au lieu d'éliminer ce qui les empoisonne" (S. 306)

Berlin, T., Fischer, A. & Hefendehl-Hebeker, L. (2009). Vom Rechnen zum Rechenschema. In: *Fritz, A. & Schmidt, S.: Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim, Beltz: 270-291.*

Hübsche Beispiele, wie man graphische Notationen einführen kann, aus denen sich dann recht zwanglos so etwas wie Variablen ergeben.

Blum, W. (2007). Mathematisches Modelliere – zu schwer für Schüler und Lehrer? : Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26. 3. bis 30. 3. 2007 in Berlin. Hildesheim, franzbecker: 3-12.

Gute Zusammenstellung des aktuellen Forschungsstandes. Um Modellieren zu fördern und lehren muss man im Prinzip einfach das machen, was sowieso für guten Mathematikunterricht gelten würde.

- Immer wieder Modellierungsaufgaben stellen.
- Explizit die nötigen Techniken thematisieren und üben.
- Coachen und nicht vermitteln.

Cobb, P. & McClain, K. (2005). Guiding Inquiry-Based Math Learning. In: Sawyer, R. K.: The Cambridge Handbook of Learning Sciences. Cambridge MA., Cambridge University Press: 171-185.

Schönes Beispiel, wie man Lernende dazu bringt, nicht einfach blind Mittelwerte zu rechnen, sondern über Daten nachzudenken.

Douek, N. (2011). Complementing and Integrating Theoretical Tools: A Case Study Concerning Poor Learners. *Creme 7, Rzészov, Polen.*

Einbezug schwacher Lernender in einen didaktischen Ablauf, anhand eines Beispiels dokumentiert:

Mit der ganzen Klasse: 1) Aufgaben stellen im Erfahrungsbereich der Lernenden, 2) diese in Gruppen Lösen lassen, 3) Lösungen in der Klasse diskutieren, 4) Aufgaben anhand des Besprochenen nochmals bearbeiten lassen.

Unterstützung der Schwachen: Separate Arbeit mit ihnen während der Phase 2.

Hatch, G. (1999). Maximizing Energy in the Learnigs of Mathematics. In: *Hoyles, C., et al.: Rethinking the Mathematics Curriculum. London, Falmer Press: 104-117.*

Ein paar gute Listen, was im Mathematikunterricht falsch laufen kann und wie es besser gehen könnte:

1. Was oft fehlt:

- 'pace': Ein gutes Tempo (nicht zu langsam, nicht zu schnell), welches die Lernenden gespannt durch den Unterricht nimmt
- Know-how: Nicht einfach memorisierte Routinen, sondern "wissen" wie
- Erforschen, Vermuten, Testen
- Kämpfen: Es geht nicht einfach "rein", man muss sich daran reiben

3. Was man an Ideen ausrotten sollte:

- "Wichtig ist die richtige Antwort"
- "Lehren heisst Erklären"

4. Mathematikdidaktisches Ethos

- Lernen braucht Zeit
- Gewisse Dinge muss man flüssig beherrschen, sonst blockieren sie das Lernen; und das braucht Übung
- Vermuten (und den Mut dazu haben)
- Know-how und nicht Gedächtnisübung
- Entwicklung eines internen Monitors, über den sich die Lernenden beim Denken überwachen
- Vertrauen der Lernenden in die eigene Stärke entwickeln

Hennessey, M. N., Higley, K. & Chesnut, S. R. (2012). Persuasive Pedagogy: A New Paradigm for Mathematics Education. *Educational Psychology Review 24: 187-204.*

Zwar dreschen die Autoren während eines guten Teils auf „konstruktivistische Pädagogik“ ein. Sie denken dabei aber an einen sehr radikalen Konstruktivismus, der nach ihrer Wahrnehmung verlangt, dass sich die Lehrenden nicht ins Lernen einmischen. Sie wollen sich [auf eine gemässigt konstruktivistische Art] eimischen, damit die Lernenden keine Fehlvorstellungen entwickeln.

Ihre Vorstellung: Beim Lernen wird nicht einfach Information übertragen, sondern es geht darum, dass Lernende und Lehrende zu einem gemeinsamen Verständnis kommen. Wichtig ist dabei, dass beide Seiten sich einig sind, dass es oft nicht einfach die richtige Lösung gibt und dass es wertvoll ist, unterschiedliche Perspektiven zu diskutieren. Ausgangspunkt müssen die Vorstellungen und Überzeugungen der Lernenden sein. Die Lehrenden treten dann in den Prozess ein, in dem es darum geht, den Lernenden zu helfen, zu sehen, welche Aspekte ihrer Vorstellungen richtig sind und welche falsch.

Hinrichs, G. (2008). Modellierung im Mathematikunterricht. *Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag.*

Gutes Grundsatzkapitel zum Modellieren: Prozess, Zweck etc. Viele schöne Beispiele.

Krummheuer, G. (1983). Das Arbeitsinterim im Mathematikunterricht. In: *Bauersfeld, H., et al.: Lernen und Lehren von Mathematik, Analysen zum Unterrichtshandeln II. Köln, Aulis: 57-106.*

Lehrende und Lernende "rahmen" die Interaktion im Unterricht anders. Ein schönes Beispiel, wie deshalb eine Unterrichtssequenz zum Umformen von Gleichungen nur ansatzweise gelingt.

Langpaap, J. (2005). Förderung rechenschwacher Erwachsener ausgehend von originären Alltagserfahrungen. In: *Graumann, G.: Beiträge zum Mathematikunterricht 2005. Vorträge auf der 39. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28. 2. bis 4. 3. 2005 in Bielefeld. Hildesheim/Berlin, Franzbecker: 335-340.*

Langpaap, J. (2007). Erwachsene Nichtrechnerinnen bearbeiten Terme mithilfe von Rechengeschichten. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26. 3. bis 30. 3. 2007 in Berlin. Hildesheim, franzbecker: 608-611.*

Beschreibt kurz, wie er in Einzelsitzungen mit Frauen arbeitet, die kaum rechnen können. Ausgangspunkt sind Alltagssituationen der letzten Woche.

Leiss, D., Blum, W. & Messner, R. (2007). Die Förderung selbstständigen Lernens im Mathematikunterricht - Problemfelder bei ko-konstruktiven Lösungprozessen. *Journal für Mathematikdidaktik 28(3/4): 224-248.*

Schöne Beobachtungen beim paarweise Lösen der Aufgabe, aus einer Karte mit Massstab 1:90'000 eine bestimmte, kurvenreiche Wegstrecke zu ermitteln.

"Die Annahme einer inhaltsunabhängigen fächerübergreifenden Schlüsselqualifikation zum selbständigen Lernen und Problemlösen hat sich ... als pädagogischer Mythos erwiesen". Es ist "deutlich geworden, dass inhaltsbezogene Fähigkeiten zum selbständigen Arbeiten und Problemlösen wesentlich durch die Auseinandersetzung mit anspruchsvollen domänenspezifischen Problemstellungen im Fachunterricht erworben werden müssen." (S. 225)

Leuders, T. & Lars, H. (2011). Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. *Unterrichtswissenschaft, Zeitschrift für Lernforschung 39(3): 213-230.*

Stellt völlig zu recht fest, dass wenn man "aktiviert", man sich fragen wuss, mit welchem Ziel dies geschehen soll. Bietet eine Sammlung von in der Mathematikdidaktik diskutierten Lehrarrangements, die alle irggendwie aktivieren und dabei unterschiedliche Ziele erreichen.

Newmarch, B., Rhodes, V. & Coben, D. (2007). 'Bestimation' Using basic calculators in the numeracy classroom*, National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy.*

Taschenrechner kreativ eingesetzt, um Abschätzen zu üben. Der Lernenden können so weitgehend selbstgesteuert arbeiten.

Oughton, H. (2009). A willing suspension of disbelief? 'Contexts' and recontextualization in adult numeracy classrooms. *ALM International Journal 4(1): 16-31.*

Vorschlag: Anstatt der üblichen Aufgabenformulierungen wie "Anna hat ... und macht ..." Fragen der Form "Wie würdest Du ..." benutzen. Die Lernenden stellen dann eher einen Bezug zu ihrem Vorwissen und Alltagswissen her.

Pearse, M. (2017). What Would Happen If Students Assigned Their Own Math Homework? *edutopia.* https://www.edutopia.org/blog/what-would-happen-if-students-assigned-their-own-math-homework-margie-pearse

Geht von der Frage aus, wie sinnvoll es ist, als Hausaufgaben nochmals zwanzig Probleme der Art zu lösen, wie man sie vorher in der Schule behandelt hat. Für Lernende, welche die Darstellung in der Schule nicht verstanden haben, ist der Effekt nur negativ. Sie starten in eine Abwärtsspirale mit dem Gefühl, dass sie Mathematik nie verstehen werden. Schlägt dann vor, die Lernenden selbst Hausaufgaben wählen zu lassen und gibt kurze Anleitungen zu zwei verschiedenen Zugängen: 1) Wo habe ich Schwierigkeiten und möchte etwas dazulernen? 2) Was finde ich spannend und möchte mehr dazu erfahren?

Peltier-Barbier, M.-L., Ed. (2004). DUR pour les élèves. DUR pour les enseignants. DUR d'enseigner en ZEP*. Grenoble, La Pensée Sauvage, Editions.*

Sehr gründliche Untersuchung dazu, wie der real existierende Mathematikunterricht in der „zone d'éducation prioritaire" aussieht. Das Resultat ist ernüchternd: Vieles geschieht viel zu isoliert, wird in kleinste Aufgaben zerlegt und nie wieder zusammengesetzt. Vorschlag: Lehrende müssen lernen, nicht Aufgaben zu stellen, sondern aus dem etwas zu machen, was beim Aufgabenbearbeiten geschieht.

Prediger, S. (2010). Über das Verhältnis von Theorie und wissenschaftlichen Praktiken - am Beispiel von Schwierigkeiten mit Textaufgaben. *Journal für Mathematik-Didaktik 31(2): 167-195.*

Illustriert anhand verschiedener Erklärungsansätzen für das "Bus Problem" (1128 Schüler, pro Bus 36, wie viele Busse braucht es? 31.333), wie der theoretische Hintergrund die Fragen und Antworten prägt.

Erwähnte theoretische Zugänge:
1) Fehlende Lesekompetenz
2) Fehlende Aktivierung von Grundvorstellungen als bereichsspezifisches kognitives Defizit

3) "Validierung" und "Situationsmodell Erstellen" als gegenstandsübergreifende fehlende kognitive Aktivität im Modellierungszyklus
4) Zu wenig Übung mit solchen Aufgaben
5) Antrainierte Ausblendung realistischer Überlegungen
6) Normen bezüglich schulisch richtiges Verhalten
7) Unsicherheit über den Kontext (die geltenden Normen)

Abgesehen von 1), 2) und 4) schlagen die Erklärungen in dieselbe Kerbe; nur setzen sie bei möglichen Interventionen wo anders an.

Ihre Schlussfolgerung: Man sollte möglichst viele Zugänge verbinden, um im Unterricht etwas bewegen zu können.

Reilly, Y., Parsons, J. & Bortolot, E. (2009). Reciprocal Teaching in Mathematics. *MAV Annual Conference, Melbourne.*

Übertragen das "Reciprocal Teaching" auf das Arbeiten mit Textaufgaben. Ihre Phasen:

1. Predicting: Was kommt da wohl auf uns zu?
2. Clarifying: Was verstehen wir nicht? Was haben wir an Information? Welche Information müssen wir noch erarbeiten?
3. Solving: Lösen der Aufgabe, wie es für die Lernenden Sinn mach
4. Reflecting: Was habe ich beigetragen? Welche Strategie haben wir benutzt und wie könnte man das vielleicht noch besser machen?

Spiegel, H. (1989). Sokratische Gespräche über mathematische Themen mit Erwachsenen – Absichten und Erfahrungen. *mathematik lehren 89(33): 54-59.*

Beschreibt, wie er Gruppen von Erwachsenen durch eine strukturierte Diskussion dazu bringt, in einem Prozess (5 * 3 Stunden) selbst ein mathematisches Problem zu lösen und so zu erfahren, dass ihnen Mathematik Spass macht.

Stebler, R., Reusser, K. & Pauli, C. (1994). Interaktive Lehr-Lern-Umgebungen: Didaktische Arrangements im Dienste des gründlichen Verstehens. In: *Reusser, K. & Reusser-Weyeneth, M.: Verstehen. Psychologischer Prozess und didaktische Aufgabe. Bern, Huber: 227-259.*

Toller Übersichtsartikel über viele Methoden.

Thurston, W. P. (1990). Mathematical education. *Notices of the AMS 37: 844-850.*

"People are much smarter when they can use their full intellect and when they can relate what they are learning to situations or phenomena which are real to them. ... human minds do not work like computers: it is harder, not easier, to understand something broken down into all the precise little rules than to grasp it as a whole." (p. 452)

"People appreciate and catch on to a mathematical theory much better after they have first grappled for themselves with the questions the theory is designed to answer." "The best psychological order for a subject in mathematics is often quite different from the most efficient logical order." (p. 453)

Verschaffel, L., Von Dooren, W., Greer, B. & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising Word Problems as Exercises in Mathematical Modelling. *Journal für Mathematikdidaktik 31: 9-29.*

Gute Zusammenstellung vieler Untersuchungen, die aufzeigen, wie Lernende in der Schule den gesunden Menschenverstand abschalten. Bettet man eine Aufgabe in eine sinnvolle Handlung ein, müssen also z.B. die Lernenden tatsächlich die nötige Anzahl Busse für den Ausflug der ganzen Schule bestellen und nicht nur die Anzahl berechnen, dann bleibt der gesunde Menschenverstand deutlich mehr "eingeschaltet"

Werner, B. (2009). Warum ist 3x3=10? - Erkennen und Fördern mathematischer Kompetenzen. In: *Verband Dyslexie Schweiz: Dyskalkulie; Ansätze zu Diagnostik und Förderung in einer integrativen Schule. 13. Tagung des Verbandes Dyslexie Schweiz. Zürich: 75-82.*

> Analysiert Mathematische Kompetenz anhand des Modellierungskreislaufs. Kommt zum Schluss, dass Teilleistungstraining wenig bringt und dass man bringt und dass man zumindest mit schwachen Lernenden die Verbindung von realem Problem und mathematischem Modell explizit üben muss.

Winbourne, P. (2008). Looking For Learning In Practice: How Can This Inform Teaching? In: *Watson, A. & Winbourne, P.: New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education. New York, Springer: 79-102.*

> Wie lässt sich effektives Lernen erreichen? Nur dadurch, indem man den Lernenden hilft, die "Praxis" weiterzuentwickeln, in denen jeder und jede von ihnen für sich zurzeit steckt.

4 Alltag und Akademie

The Australian Association of Mathematics Teachers (2014). Identifying and Supporting Quantitative Skills of 21st Century Workers*. Adelaide, Commonwealth of Australia.*

> Welche Mathematik wird am Arbeitsplatz benötigt und wie wird Mathematik heute (in Australien) vermittelt? Die Untersuchung kommt zum Schluss, dass die unterrichtete Mathematik auf der Sekundarstufe und der Gebrauch von Mathematik am Arbeitsplatz sich stark voneinander abweichen. Auch wenn die am Arbeitsplatz benötigten mathematischen Fertigkeiten relativ fundamental erschienen, ist ihre Anwendung im Arbeitsalltag niemals einfach und direkt. Daher ist es notwendig, in der Schule Fragen zur Anwendung zu behandeln. Je mehr sich die Lernenden mit der Anwendung von Mathematik in verschiedensten Kontexten auseinandersetzen, umso besser werden sich ihre mathematischen Fertigkeiten entwickeln.

Baker, D. (2005). Numeracy and 'funds of knowledge'. Reflect - online magazine of the National Research and Development Centre for adult literacy and numeracy(3).

> "There is a widespread belief that fractions are powerful tools for dealing with problems in day-to-day living. In fact, there is not much evidence of this; fractions probably play little part in most people's lives."

Coben, D. & Thumpston, G. (1995). Researching Mathematics Life Histories: A Case Study. In: *Coben, D.: Mathematics with a Human Face: Proceedings of ALM-2. London, Goldsmiths College, University of London in association with Adults Learning Maths - A Research Forum: 39-44.*

> Ein Fallbeispiel dafür, dass alles was man kann, aufhört "Mathematik" zu sein.

Davis, E. K., Seah, W. T. & Bishop, A. J. (2009). Students' transition between contexts of mathematical practices in Ghana. *MAV Annual Conference, Melbourne.*

> Auch in Ghana lassen sich anhand des Bruchrechnens Unterschiede zwischen Alltagsmathematik und Schulmathematik beobachten. Im Alltag werden nur zwei Bruchteile unterschieden: „Halb voll" (fa) und „nicht ganz voll" (sin). Kinder können entsprechend im Alltag ein halb volles Glas auch so benennen. Stellt man ihnen „dieselbe" Aufgabe in der Schule, indem man beispielsweise auf einem Streifen von sechs gleichen Teilen drei einfärbt, können sie die Frage hingegen nicht beantworten. Beim Versuch, Schule und Alltagswelt zusammenzubringen kommt dabei offenbar noch erschwerend dazu, dass „gleich Teilen" im Alltag nicht deuten muss, dass die Teile gleich gross sind, denn je nachdem, wer einen Teil bekommt, hat der oder die das Recht auf einen eher grösseren oder kleineren Teil.

Gal, I. (2013). Mathematical skills beyond the school years: A view from adult skills surveys and adult learning. In: *Lindmeier, A. M. & Heinze, A.: Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1. Kiel: 31-46.*

> Bemängelt, dass immer noch kaum untersucht ist (und wird), was in Sachen "Mathematik" ausserhalb und nach der Schule im täglichen Leben geschieht. Sie sehen einen wesentlichen Unterschied zwischen Schule und Alltag darin, dass man im Alltag keine "Aufgaben löst". Die meisten alltäglichen Situationen haben keine "Lösungen", die man in richtig oder falsch einteilen kann. Sie verlangen daher, dass in der Schule deutlich mehr offene, schlecht strukturierte Situationen behandelt werden, in denen es unter anderem auch darum geht, Informationen zu interpretieren und technische Hilfsmittel zu nutzen.

Gellert, U. (2009). Zur Explizierung strukturierender Prinzipien mathematischer Unterrichtspraxis. *Journal für Mathematikdidaktik 30(2): 121-146.*

"Die Decodierung [von "realitätsnahen" Aufgabe] ... stellt keine genuin kognitive mathematische Leistung dar. Sie ist Ausdruck einer sozial vermittelten Gewöhnung an einen bestimmten, eben schulmathematischen, pseudo-realitätsnahen Diskurs."

Gellert, U. & Straehler-Pohl, H. (2011). Differential access to vertical discourse: Managing diversity in a secondary mathematics classroom. In: *Pytlak, M., et al.: Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7). Rzeszów, University of Rzeszów: 1440-1449.*

Gehen aus von Basil Bernsteins Unterscheidung in vertikalen und horizontalen Diskurs. Der horizontale Diskurs bleibt auf der Ebene einzelner, konkreter Situationen. Was innerhalb jeder einzelnen Situation geschieht, ist typischerweise in sich kohärent; zwischen den Situationen kann es aber zu Widersprüchen kommen. Im vertikalen Diskurs dagegen werden die konkreten Situationen überstiegen. Ziel ist eine widerspruchsfreie, systematisierende Auseinandersetzung mit den überstiegenen Situationen.

Nach Ansicht der Autoren fordert die aktuelle Vorstellung vom lebenslangen Lernen (Anwenden des erworbenen Wissens in immer neunen Situationen) ein vertikales Lernen. Das Ziel des Mathematikunterrichts in der Schule ist deshalb der vertikaler Diskurs über abstrakte Ideen, egal wie lebensnah die Beispiele sind, von denen ausgegangen wird. Privilegiert sind daher diejenigen, die sich im vertikalen Diskurs auskennen. Wie sie an einem Beispiel illustrieren, unternimmt die Schule typischerweise nichts, um Lernende, welchen dieses Wissen fehlt, zu fördern, sondern lässt sie zurück.

Gerdes, P. (1997). On Culture, Geometrical Thinking and Mathematics Education. In: Powell, A. B. & Frankenstein, M.: Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. Albany, State University of New York: 223- 247.

Untersucht im Fall von Mozambique, wie man Mathematik ausgehend von lokalen Handwerkstraditionen (Hausbau, Korbflechten) entwickeln könnte.

Greer, B. & Mukhopadhyay, S. (2012). The Hegemony Of Mathematics. In: *Skovsmose, O. & Greer, B.: Opening the Cage: Critique and Politics of Mathematics Education. Rotterdam, Sense Publishers: 229-248.*

Ein ziemlich bös geschriebener Artikel zum Thema, was Mathematik(unterricht) als Instrument zur Ausübung symbolischer Gewalt alles anrichten kann. Es werden drei Aspekte genauer untersucht:

1. Mathematik als Form des kulturellen Imperialismus: So tun, als wäre die Mathematik in Europa allein entstanden, obwohl das offensichtlich nicht der Fall ist.
2. Mathematik als Machtinstrument in der Gesellschaft: Abwürgen von Diskussionen mit Hilfe von Formeln und anderen "mathematischen" Beweisen.
3. Mathematik als Machinstrument in Schule und Ausbildung: Einschüchterung aller durch die Behauptungen, dass man, um in der modernen Gesellschaft bestehen zu können, ein solides Fundament in Mathematik benötigt.

Jablonka, E. (2010). Contextualised mathematics. Issues of knowledge recontextualisation. *AML 17, Oslo.*

Ein paar schöne Beispiele, wie "angewandte" Aufgaben durch ihre Verpflanzung ins Schulzimmer ihren Kontext ändern und damit nicht mehr "angewandt" im beabsichtigten Sinn sind.

Knijnik, G. (2007). Brazilian peasant mathematics, school mathematics and adult education. *ALM International Journal 2(2): 54 - 62.*

"I assume that there is more than a single mathematics, denying the idea that the adult mathematical practices found in everyday life of diverse cultural groups are mere 'applications' of what is known as 'the' mathematics.“ Beispiel Aufrunden-Abrunden: Beim Einkaufen aufrunden der Preise, damit man sicher genügend Geld dabei hat, bei Verkaufen abrunden der Preise, damit man den Erlös nicht überschätzt.

Marciniak, Z. (2015). A Research Mathematician's View on Mathematical Literacy. In: *Stacey, K. & Turner, R.: Assessing Mathematical Literacy, Springer International Publishing: 117-124.*

Ein "reiner" Mathematiker beschreibt, wie er durch seine Mitarbeit bei PISA zur Ansicht kam, dass das eigentlich Hauptziel jeden Mathematikunterrichts die Anwendung von Mathematik in realen Situationen sein muss. Mathematik ist (ausser für Mathematiker) nur dann etwas wert, wenn man sie bei Bedarf in alltäglichen Lebenssituationen anwenden kann.

Marks, R., Hodgen, J., Coben, D. & Bretscher, N. (2016). Nursing Students' Experiences of Learning Numeracy for Professional Practice. *Adults Learning Mathematics: An International Journal 11(1): 43-58.*

Interviewen acht Lernende im Bereich Pflege und listen deren Erfahrungen auf. Nicht überraschend erzählen alle, dass das, was in der Schule gelernt wird, sich deutlich von dem unterscheidet, was am Arbeitsplatz geschieht. Viele gute Beispiele. Unter anderem: „Dass man in der Schule einzeln arbeiten muss lässt genau eine der wichtigsten Sicherheitsmassnahmen am Arbeitsplatz weg: Doppelte Kontrolle". Die Autoren formulieren dann als Ziel der Ausbildung in der Schule: "A more secure 'feel' for the numbers and measures they encounter, increasing the likelihood that they will spot errors".

dos Santos, M. P. & Matos, J. F. (2008). The Role Of Artefacts in Mathematical Thinking: A Situated Learning Perspective. In: *Watson, A. & Winbourne, P.: New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education. New York, Springer: 179-204.*

Soziologische Untersuchungen dazu, wie mathematische "Artefakte" (eine Tabelle, ein Taschenrechner) in sozialen Interaktionen gebraucht werden. Im äusserst spannenden Beispiel werden sie sehr "unmathematisch" eingesetzt: Als Identitätsstiftendes Objekt (Tabelle) und als Kommunikationskanal (Taschenrechner), welcher den Status der beteiligten steuert.

Wedege, T. (2010). People's mathematics in working life: Why is it invisible? *ALM International Journal 5(1): 89-97.*

Nimmt als Ausgangspunkt die bekannte Tatsache, dass die meisten Leute finden, dass Mathematik wichtig ist - in der Gesellschaft, als Schulfach, aber nicht für sie selbst!

Beschreibt dann differenziert, wie sich Schulmathematische Aufgaben (dazu da, Fertigkeiten zu üben; vorgegeben durch die Lehrperson; eine richtige Lösung) und Mathematik am Arbeitsplatz (Zusammenarbeit und Problemlösen; verschiedenste Lösungen möglich; Genauigkeit ja nach Situationsanforderungen) unterschieden.

5 Mathematik und Berufsbildung

Bakker, A. & Akkerman, S. F. (2014). A boundary-crossing approach to support students' integration of statistical and work-related knowledge. *Educational Studies in Mathematics 86(2): 223-237.*

Beschreibt einen Versuch, Lernenden dabei zu unterstützen, ihr in der Schule und in einem Praktikum erworbenes unterschiedliches Wissen zu verweben. Ausführlich beschrieben wird eine Situation aus dem Alltag eines in einem Spital tätigen Chemikers: Eine bewährte Analysemethode soll durch eine neue Methode ersetzt werden; dabei gilt es sicher zu stellen, dass die Resultate der neunen Methode nicht systematisch von der alten abweichen, so dass die Kontinuität im Arbeitsalltag des Spitals gewahrt ist.

Die Lernenden erhalten den Auftrag mit Hilfe ihres in der Schule erworbenen Wissens zu Regression und Korrelation Fragen zu beantworten, wie etwa: Was soll der Techniker unternehmen, wenn die Werte mit dem neuen Verfahren konstant höher ausfallen als mit dem alten? Im Beispiel gelingt diese Art von "Verweben" gut. Nach 7 einstündigen Sitzungen beginnen die Lernenden Zusammenhänge zu sehen und finden das ganze sehr spannend. Auch Lehrer und Praktikumsbegleiter sind begeistert - und haben zum ersten Mal direkt miteinander geredet!

Bessot, A. & Ridgway, J., Eds. (2000). Education for Mathematics in the Workplace*. Dodrecht, Kluwer.*

Ein Überblick aus Englischer Sicht.

Bardy, P. (1985). Mathematische Anforderungen in Ausbildungsberufen. In: *Bardy, P., et al.: Mathematik in der Berufsschule. Analysen und Vorschläge zum Fachrechenuntericht. Essen, Girardet: 37-48.*

Gute Beispiele dafür, wie schwierig es ist, die tatsächlichen Anforderungen des Arbeitsplatzes zu ermitteln. "Zuverlässige und befriedigende Ermittlungen mathematischer Anforderungen sind m. E. nur mit Hilfe von sorgfältig vorbereiteten und durchgeführten Beobachtungen am Arbeitsplatz selbst möglich" (S.42)

Black, S. & Yasukawa, K. (2011). Beyond deficit approaches to teaching and learning: Literacy and numeracy in VET courses. *14th Annual Australian Vocational Education and Training Research Association (AVETRA) Conference, Melbourne.*

Sie stellen fest, dass (zumindest in Australien, aber vermutlich auch sonst) Sprach- und Mathematik-Stützkurse in der Berufsbildung einem "Defizit-Modell" folgen: Die Lernenden werden mittels eines Eintrittstests erfasst und entsprechenden Kursen zugeordnet, in den sie die fehlenden Kompetenzen erwerben sollen.
Dieser Zugang ist aus verschiednen Gründen problematisch, darunter: Er behandelt alltagsmathematische Kompetenzen als etwas, das unabhängig vom Kontext erworben werden kann, und er hat einen negativen Effekt auf das Selbstbild und das Selbstvertrauen der Lernenden. Besser ist es, die entsprechenden Fertigkeiten integriert im restlichen Unterricht zu fördern.

Clayton, M. (1999). Industrial Applied Mathematics Is Changing As Technology Advances: What Skills Does Mathematics Education Need to Provide? In: *Hoyles, C., et al.: Rethinking the Mathematics Curriculum. London, Falmer Press: 22-28.*

Zusammenstellung von positiven Veränderungen durch den vermehrten Computereinsatz am Arbeitsplatz:

- Synergie Mensch Maschine
- Mehr lösbare Probleme
- Unsicherheit quantifizierbar (Monte-Carlo Simulation)

- Bessere Kommunizierbarkeit und leichtere Anwendbarkeit mathematischer Modelle (z.B. Spreadsheets)

Gefahren:

- Unkritische Anwendung von Modellen
- Probleme bei Verifikation und Validierung (z.B. versteckte Annahmen in den Modellen)
- Ressourcenverschwendung durch Herumprobieren

Consani, C. & Nodari, C. (2006). Mathematikaufgaben verstehen. Trainingsprogramm. *Bern, h.e.p. verlag.*

Eine Anleitung, wie man Lernende für das, was ihnen im Schulalltag angetan wird, fit machen kann.

Dennerlein, J., Manthey, H. B. & Pörksen, S. H. (1985). Überlegungen zu einer Neuorientierung des mathematischen Unterrichts in der Teilzeit-Berufsschule im Berufsfeld Wirtschaft und Verwaltung. In: *Bardy, P., et al.: Mathematik in der Berufsschule. Analysen und Vorschläge zum Fachrechenuntericht. Essen, Girardet: 72-91.*

Harte, aber immer noch gültige Kritik am Rechenunterricht.

"Generell erwarten wir, dass im mathematischen Unterricht Kompetenzen vermittelt werden, die dazu beitragen, dass Auszubildende heutige und zukünftige Situationen in Beruf und Alltag besser bewältigen können. Die Feststellung dieser Situationen ist der erste Schritt, die Zuordnung der zu ihrer Bewältigung nötigen Kompetenz der zweite." (S. 73)

"Einen Nivellierungskurs in Sachen Grundrechenarten lehnen wir ab. Wir plädieren für eine Integration dieser Gebiete in die anderen Lernabschnitte. Nach unseren Erfahrungen bleibt der Erfolg eines solchen Lernabschnitts in der Regel bescheiden. Weiter sind wir der Auffassung, dass der mathematische Unterricht in der Berufsschule nicht mit dem Aufholen tatsächlicher oder vermeintlicher Versäumnisse des Unterrichts der Sekundarstufe I beginnen sollte. Schließlich meinen wir, dass man den Schülern, die oft negative Mathematikerfahrungen mitbringen, in einem neuen Bildungsabschnitt eine neue Chance durch einen neuen Unterrichtsstoff geben sollte." (S. 90)

Eberhard, M. (2000). Forms of Mathematical Knowledge Relating to Measurement in Vocational Training for the Building Industry. In: *Bessot, A. & Ridgway, J.: Education for Mathematics in the Workplace. Dodrecht, Kluwer: 37-51.*

Wichtiges Wissen, wie z.B. dass sich Messfehler häufen, wenn man immer nur Teilstrecken abmisst, wird in der Schule nicht behandelt, da Messfehler kein Thema in der "Mathematik" sind.

Forman, S. L. & Steen, L. A. (1995). Mathematics for Work and Life. In: *Carl, I. M.: Prospects for School Mathematics: Seventy-Five Years of Progress. Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics: 219-241.*

There is need in the workplace for “concrete mathematics, built on advanced applications of elementary mathematics rather then on elementary applications of advanced mathematics” (p. 228)

Hall, R. (1999). Following Mathematical Practices in Design-oriented Work. In: *Hoyles, C., et al.: Rethinking the Mathematics Curriculum. London, Falmer Press: 29-47.*

Ein interessante, aber leider sehr stark zusammenfassende Darstellung einer Designsitzung in einem Architekturbüro.

- Quantitative Überlegungen sind gang und gäbe.
- Diese basiert normalerweise auf einfachen arithmetischen Kombinationen von Standardgrössen (unter anderem, damit man das auch anderen kommunizieren und erklären kann).

- Es gibt verschiedenste Gründe und Situationen unter denen ein bestimmtes Modell "zusammenbricht". Dann tritt die "Mathematik" in den Vordergrund.
- Solche Breakdowns sind Lerngelegenheiten (z.B. ein Spezialist lernt von einem anderen).

Heymann, H. W. (1996). Allgemeinbildung und Mathematik. *Weinheim, Beltz.*

Drei Tendenzen im Mathematikunterricht in der Berufsbildung

1. "Für die meisten beruflichen Tätigkeiten ist nur sehr oberflächlich bekannt, ob und welche mathematischen Qualifikationen im Berufsalltag praktisch gebraucht werden. ... Es spricht vieles dafür, dass berufsspezifische mathematische Qualifikationen eher implizit ‚on the job' gelernt werden und als solche den Betroffenen häufig gar nicht bewusst werden." (S. 147)

2. Es wird relativ unreflektiert unterrichtet.

3. Mathematik dient als "berufsfremdes" Selektionsinstrument

"Da eine rezeptartige Vermittlung von Mathematik für spezielle berufliche Zwecke zunehmend antiquiert erscheint, kann die Forderung nur lauten, auch die Mathematik im Rahmen beruflicher Ausbildungen an allgemeinbildenden Gesichtspunkten zu orientieren, dabei allerdings die Anwendungsbezüge verstärkt auf das jeweilige Berufsfeld zu beziehen. Dahinter steht die These, dass die mathematische Kompetenz für einen bestimmten Beruf weniger durch die Ansammlung isolierter mathematikhaltiger Einzelqualifikationen optimiert werden kann - diese werden ‚on the job' erworben -, sondern, etwas salopp gesagt, durch eine berufsfeldspezifisch gefärbte Fitness für mathematische Alltagskultur, durch Entwicklung von Zahlengefühl, von geometrischem (vor allem räumlichem) Vorstellungsvermögen, durch aktiven Umgang mit Tabellen, Diagrammen und Zeichnungen, durch Einsichten in die Funktion von Mathematik in unterschiedlichen (berufsfeldspezifischen) Sachzusammenhängen." (S. 148f)

Hoyles, C., Noss, R. & Pozzi, S. (1999). Mathematizing in Practice. In: *Hoyles, C., et al.: Rethinking the Mathematics Curriculum. London, Falmer Press: 48-62.*

Beschreiben kurz zwei Fallstudien: Pflegende (Medikamentenabgabe) und Bankangestellte (modellieren von Wachstumsraten).

Pflegende: Interessante Unsicherheit bei der Medikamentenabgabe. 24 Stunden lang wurde ein Medikament alle 6 Stunden verabreicht. Nachher soll es nur noch alle 12 Stunden, dafür in doppelter Dosis verabreicht werden. Die letzte "ganze" Dosis war um 6 Uhr früh. Muss die erste "doppelte" Dosis um 12 Uhr oder um 18 Uhr verabreicht werden?

Bankangestellte: Als Problem wurde ausgemacht, dass sie oft einfach Zahlen jonglieren ohne eine Vorstellung von Zusammenhängen zu haben. Mit einer Simulationssoftware fangen sie an solche Zusammenhänge zu explorieren.

Als Schlussfolgerungen kritisieren sie Dreyfuss bzw. Benners Vorstellung, dass Experten nur noch aus situativer Erfahrung handeln und schlagen vor, dass man sich das abstrakte, mathematische Wissen mit dem situativen Wissen vernetzt vorstellen muss.

Jatho, V. (1998). Mathematik in der Teilzeit-Berufsschule des Berufsfeldes Metall aus unterrichtspraktischer Sicht. In: *Blum, W., et al.: Mathematiklehren in der Berufsschule. Fachunterricht und Lehrerbildung. Kassel, Gesamthochschul-Bibliothek. 24: 93-111.*

"Zunächst skizziere ich in einem ersten Schritt die Situation des Mathematikunterrichts nach der Neuordnung der Metallberufe. Mathematik in der Teilzeit-Berufsschule ist in der Regel angewandte, sich den jeweiligen berufsbezogenen Inhalten unterordnende Mathematik und wird normalerweise von Lehrern unterrichtet, die über die Lehrbefähigung für die jeweilige berufliche Fachrichtung verfügen. Daher betrachte ich in einem zweiten Schritt die Mathematikanforderungen aus der Blickrichtung dieser Fachlehrer, die Mathematik lediglich im Rahmen ihres Hauptfaches studiert haben. Abschließend stelle ich in einem dritten Schritt dar, welche Möglichkeiten die Neuordnung der Metallberufe und der im Zuge dieser Neuordnung geforderte handlungsorientierte Unterricht bietet, die traditionell in der Teilzeit-

Berufsschule vermittelten mathematischen Inhalte durch Einbringen von neuen mathematikdidaktischen Elementen zu ergänzen."

... und sagt wirklich alles Wesentliche dazu!!!!

Martin, L., LaCroix, L. & Fownes, L. (2005). Folding Back and the Growth of Mathematical Understanding in Workplace Training. *ALM International Journal 1(1): 19-35.*

Beispiel eines Lehrlings, der beim Messen mit "1/8 Zoll" nicht viel kapiert. Versucht ihm zu helfen, indem die 1/8 als Teile eines Zoll auf einem Messband erlebbar gemacht werden.

Meissner, H. (2011). Teaching Arithmetic for the Needs of the Society. *Creme 7, Rzészov, Polen.*

Beschreibt, wie seit 1975 das Thema "Taschenrechner im Unterricht" immer wieder diskutiert wird, ohne das echte Fortschritte gemacht werden. Dies obwohl spätestens 1984 feststand, dass praktisch alle Untersuchungen immer wieder zum Resultat kommen, dass der Einsatz von Taschenrechnern keinen negativen Effekt auf ganz traditionelle Prüfungen haben.

Nach wie vor sind weltweit praktisch überall in der Primarschule Taschenrechner verboten, obwohl "die Notwendigkeit, Kinder als schlechte Imitation eines $4.95 teuren Taschenrechners auszubilden, rapide abnimmt". Illustriert dann an interessanten Beispielen, wie man Taschenrechner nutzen kann, um ein Zahlengefühl zu entwickeln. Beispiel: Aufgaben wie x * 17 = [800,801] schnell experimentell lösen.

Nickolaus, R., Maier, A., et al. (2015). Zur Relevanz mathematischer Kompetenzen für die Entwicklung berufsfachlicher Kompetenzen bei Auszubildenden der Mechatronik und Fachinformatik. *Unterrichtswissenschaft 43(3): 263-281.*

Die Autoren haben in früheren Studien festgestellt, dass die Mathematikleistung zu Beginn der Berufsbildung die Schulleistung im Rahmen der Berufsbildung gut vorhersagen kann. Sie fragen sich nun, ob es wirklich um Mathematik geht, oder ob die Mathematikleistung für etwas anderes steht.

Sie stellen fest, dass die mathematischen Kompetenzen zusätzlich zur Intelligenz sich auch zur Vorhersage jener berufsfachlichen Leistungen eignen, die keinerlei mathematische Anforderungen enthalten. Und stellen fest: "Dies macht deutlich, dass der Einfluss der mathematischen Fähigkeiten auf die fachliche Kompetenzentwicklung häufig überschätzt wird, bzw. dass dieser Einfluss nicht allein auf die mathematischen Fähigkeiten zurückzuführen ist."

Ihre Vermutung: "Die relativ große Erklärungskraft der mathematischen Kompetenzen für die berufsfachliche Kompetenzentwicklung ist wohl darauf zurückzuführen, dass darin nicht nur die mathematischen Fähigkeiten und die kognitiven Grundfähigkeiten, sondern ebenso Anstrengungsbereitschaft, bereichsspezifische Selbstkonzeptausprägungen, möglicherweise auch die Bereitschaft, sich auf Abstraktes einzulassen und sich mit kognitiv anspruchsvollen Anforderungen auseinanderzusetzen sowie weitere kognitive Merkmale inkorporiert sind."

"Dies scheint vor dem Hintergrund der üblicherweise unterstellten Relevanz der in verschiedenen Large-Scale-Assessments identifizierten Leistungsschwächen deutscher Jugendlicher in der Mathematik und den Naturwissenschaften für den Ausbildungserfolg von hohem Interesse."

Roth, W.-M. (2014). Rules of bending, bending the rules: the geometry of electrical conduit bending in college and workplace *Educational Studies in Mathematics 86(2): 177 - 192.*

Der Autor vergleicht, was angehende Elektriker in Sachen Mathematik in der Schule und im Betrieb lernen. Sein hauptsächliches Beispiel ist die Situation, in der es darum geht, metallischen Röhren zum Verlegen von Kabeln vorzubereiten und zu biegen.

In der Schule werden diese Fragen mit Hilfe der Trigonometrie behandelt. Im Betrieb unterscheidet man verschiedene praktische Situationen. Eine davon ist: Die Leitung sollte in derselben Richtung weiterlaufen, aber um beispielsweise 20 cm versetzt. Würde man diese Versetzung mit zwei aufeinanderfolgenden 90 Grad Biegungen realisieren, dann müsste das

Zwischenstück zwischen diesen Biegungen natürlich 20 cm lang sein. 90 Grad Biegungen sind aber unpraktisch, da es enorm viel Kraft braucht, um ein Kabel über zwei solche Biegungen einzuziehen. Bei 22.5 Grad muss das Zwischenstück 2.6 mal so lange sein, wie die gewünschte Abweichung, bei 30 Grad 2 mal so lange und bei 45 Grad 1.4 mal so lange. Optimal um Drähte zu ziehen wären 22.5 Grad. Das entsprechende Vielfache kann man sich aber schlecht merken. Daher nimmt man 30 Grad. 45 Grad sind dann schon zu hart.

Scribner, S. (1984). Studying working intelligence. In: *Rogoff, B. & Lave, J.: Everyday cognition: Its development in social context Cambridge, MA, Harvard University Press: 9-40.*

Aufgrund verschiedener Erfahrungen kommt die Autorin zum Schluss, dass Lernen und das Gelernte an bestimmte "Praxen" gebunden ist und nicht einfach transferiert werden kann. Sie schliesst daraus, dass diesen "Praxen" selbst Gegenstand der Untersuchung sein müssen. Als Beispiel analysiert sie zwei Situationen aus einem Molkereibetrieb: a) Bestellungen zusammenstellen, bei denen nur Teile des Inhalts ganzer Schachteln benötigt werden und b) den Warenwert der Produkte auf einem Lieferschein berechnen. Sie kommt zum Schluss, dass kompetentes praktisches Handeln und Denken sich flexibel den wechselnden Anforderungen der verschiedenen Situationen anpasst Dies im Gegensatz zum "akademischen" Denken, bei dem oft ein einziges Vorgehen zum Lösen verschiedenster Aufgaben eingesetzt wird.

Steen, L. A. (2001). Mathematics and Numeracy: Two Literacies, One Language. *The Mathematics Educator, (Journal of the Singapore Association of Mathematics Educators 6(1): 10-16.*

Zentrale Aussage: Die "Mathematik" verlangt von den Lernenden, dass sie sich vom konkreten Kontext lösen. Alltagsmathematik (Numeracy) hingegen ist im Durcheinander des realen Lebens verankert.

Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: the interface between academic mathematics and mathematics in practice. *Educational Studies in Mathematics: 1-20.*

Beschreibt ausführlich die Arbeit eines "railway signal engineer", eines Ingenieurs, der festlegt, wo entlang der Bahnlinien welche Signale aufgestellt werden müssen. Unter anderem geht es um die Frage, welche Geschwindigkeitsbeschränkungen in Abhängigkeit der Steigung der Strecke zu signalisieren sind.

Der Autor leitet dann aus den gemachten Beobachtungen verschiedene Eigenarten von Mathematik am Arbeitsplatz ab:

- Viel Wissen/Können ist in Form von Artefakten "kristallisiert" (bspw. Tabellen zu Distanzen).
- Die Mathematik ist von einer "black-box" umgeben. Eine direkte Auseinandersetzung mit ihr ist nur notwendig, wenn die "black-box" versagt ("breakdown"; bspw. wenn ein nicht tabellierter Wert benötigt wird)
- Gewisse mathematischen "Zeichen" verschmelzen mit der Wirklichkeit (bspw. Notationen auf den Plänen)
- Mathematik nur eine einer Vielzahl verschiedener vernetzter Ressourcen zur Bearbeitung der Aufgaben (bspw. zusätzliche Informationen wie Sichtverhältnisse müssen beigezogen werden)
- Konventionen und Eigenarten sowohl bei den Darstellungsformen wie bei den Vorgehensweisen weichen meist stark von dem ab, was in der "akademischen" Mathematik üblich ist (bspw. Notationen auf Plänen)
- Es geht meist um eher einfache Mathematik eingebettet in komplexe Situationen

Für ihn ergeben sich daraus verschiedene Schlussfolgerungen für den Mathematikunterricht an der Schule:

1. Mathematik sollte nicht nur als Studienobjekt sondern auch als Werkzeug behandelt werden.
2. Behandeln wie man mit Artefakten sowohl Mathematik wie Kontext einfangen kann.

3. Horizontaler Transfer über ein weites Spektrum von Kontexten betreiben und wertschätzen.
4. Lernen, die mathematischen Produkte anderer zu verstehen.
5. Den Umgang mit “black-boxes” behandeln.

Weeks, K. W. (2007). No more ‘chalk and talk’: teaching drug calculation skills for the real world. *saferhealthcare.*

Beschreibung eines Programms zur alltagsnahen Instruktion Pflegender.

6 Eigenarten der Mathematik

Adjiage, R. & Pluvinage, F. (2008). A numerical landscape. In: *Petroselli, C. L.: Science Education Issues and Developments. New-York, Nova publishers: 5-57.*

> Damit man Mathematik in irgendeiner Form betreiben kann, braucht es ein Gefühl für Zahlen. Allerdings, die üblichen Forderungen, dass man die reellen Zahlen kennen soll, sind unrealistisch. Diese habe Eigenschaften, die ziemlich komplex sind. Schlagen vier Kompetenzstufen im Umgang mit Zahlen vor:
>
> 1. Numeracy (ganze Zahlen, Dezimalzahlen, vier Grundrechenarten)
> 2. Rationacy (Brüche und Verhältnisse)
> 3. Algebracy ("rechnen mit Buchstaben")
> 4. Functionary (Funktionen)

Andersson, A. & Ravn, O. (2012). A Philosophical Perspective on Contextualisations in Mathematics Education. In: *Skovsmose, O. & Greer, B.: Opening the Cage: Critique and Politics of Mathematics Education. Rotterdam, Sense Publishers: 309-324.*

> Man sollte nicht mathematische Syntax mit Mathematik verwechseln! Mathematische Symbole erhalten ihre Bedeutung dadurch, was wir mit ihnen in den verschiedensten praktischen Kontexten tun. Daher gehört ganz zentral zum schulischen Mathematikunterricht die Frage, wie sich die behandelte Mathematik einsetzen lässt - und zwar in echten Kontexten und nicht anhand von schulischen Textaufgaben!

Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In: *Fritz, A. & Schmidt, S.: Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Weinheim Beltz 213-234.*

> Termumformung: " ... kann Gleichwertigkeit von Termen je nach Interpretation der Variablen unterschiedlich gedeutet werden:
>
> - Umformungsgleichheit: Werden die Variablen als interpretationslose Zeichen angesehen …, gelten zwei Terme als gleichwertig, wenn sie sich durch Termumformungsregeln ineinander überführen lassen.
> - Beschreibungsgleichheit: Werden die Variablen als unbestimmte Zahlen oder Größen gedeutet …, so gelten zwei Terme dann als gleichwertig, wenn sie denselben Sachzusammenhang oder dasselbe Bild auf unterschiedliche Weise beschreiben.
> - Einsetzungsgleichheit: Werden die Variablen als Platzhalter für das potenzielle Einsetzen von Zahlen gedeutet …, so gelten zwei Terme dann als gleichwertig, wenn sie für jede Kombination eingesetzter Zahlen denselben Wert ergeben."
>
> "Während die Umformungsgleichheit also die kalkülorientierte Umsetzung der Gleichwertigkeit darstellt, bilden Einsetzungs- und Beschreibungsgleichheit die zentralen inhaltlichen Interpretationen, über die Lernende zunächst verfügen können sollten, bevor man zur Umformungsgleichheit übergeht.“

Prediger, S. (2010). How to Develop Mathematics for Teaching and for Understanding. The Case of Meanings of the Equal Sign *Journal for Mathematics Teacher Education.*

> Die Diagnose von Schwierigkeiten bedingt, dass man sehr genau hinschaut, wo die Probleme der Lernenden sein könnten – illustriert an den verschiedenen Bedeutungen, welche ein Gleichheitszeichen haben kann:
>
> 1. Operation
>   - gleich Antwort: 24:6-3 = 1
> 2. Relation
>   - Symmetrische Identität 5+7 = 7+5
>   - Formale Gleichheit $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

  - Bedingungen für eine Unbekannte: Löse $x^2=-x+6$
  - Kontextgebundene Gleichheit: Rechtwinkliges Dreieck, c Hypotenuse, $a^2+b^2=c^2$

3. Definitionen m = ½ (a+b)

Stern, E., Felbrich, A. & Schneider, M. (2006). Mathematiklernen. In: *Rost, D. H.: Handwörterbuch: Pädagogische Psychologie. Weinheim, Beltz: 461-469.*

Viele schöne Beispiele dafür, dass die "gleiche" Aufgabe nicht die "gleiche" Aufgabe ist.

"Um die kulturelle Mathematik zu begreifen, müssen Kinder sehr viele zunächst kontraintuitive Schlüsse ziehen." (S. 461)

"Wenn man 3/5 als "drei von fünf' bezeichnet, dann lassen sich auch Situationen konstruieren, aus denen die Addition von Zähler und Nenner bei Brüchen abgeleitet werden kann: Heute habe ich drei von fünf Brötchen gegessen und gestern habe ich vier von acht Brötchen gegessen." (S. 461)

"Auch das Wissen über Multiplikation und Division lässt sich nicht auf die Operation mit Zahlen reduzieren, sondern erfordert Situationsverständnis." (S. 462)

Thurston, W. P. (1994). On proof and progress in mathematics. *Bulletin of the American Mathematical Society 30(2): 161-177.*

Mathematik besteht nicht darin, formale Beweise zu sammeln. Einmal ist das gar nicht möglich und zweitens macht sich auch niemand die Mühe "Mathematics ... is much less formally complete and precise for its content then computer programs" (p. 170) Mathematiker denken in "intuitiveren" Strukturen, die sie in Gruppen Gleichgesinnter gut "informell" diskutieren können. Diese Intuitionen sind unter anderem Dank dem konstanten Diskutieren miteinander so substanziell, dass die Beteiligten sicher sind, dass formale Beweise jederzeit wo auch immer benötigt generiert werden können.

Vohns, A. (2010). Die Mathematisierung der Menschenwürde. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 89: 4- 12.*

Macht sich anhand eines Bundesgerichtsurteils Gedanken darüber, was es heissen würde "die Rolle zu erkennen und verstehen, die Mathematik in der Welt spielt" (OECD & PISA). Beschreibt, wie Statistik eingesetzt wird, um eine menschenwürdiges Existenzminimum festzulegen. Positiv am Gerichtsurteil scheint ihm, dass nicht die eingesetzte Mathematik an sich kritisiert wird, sondern die fehlende Begründung für die verwendete "Modellierung".

7 Interessante Details

Benz, C. (2007). Die Entwicklung der Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs ZE+/-ZE im Verlauf des zweiten Schuljahres. *Journal für Mathematikdidaktik 28(1): 49-73.*

Detaillierte Untersuchung zu den Strategien, welche Lernende beim Addieren und Subtrahieren im Zahlenraum bis 100 anwenden. Tendenz: Bevor in der Schule geübt wird, wird interessanterweise mehrheitlich "stellenweise" (Z und E separat und dann das Resultat verrechen) gerechnet. Mit mehr Erfahrung bzw. Übung erfolgt dann eine Umstellung zu schrittweise "Aufbrauchen" der einen Zahl, v.a. beim Subtrahieren mit Zehnerübergang.

Birkel, P. (2005). Beurteilungsübereinstimmungen bei Mathematikarbeiten? *Journal für Mathematikdidaktik 26(1): 28-51.*

Übereinstimmungen sind nicht besser als beim Beurteilen von Aufsätzen!!

De Corte, E. & Verschaffel, L. (1991). Some factores influencing the solution of addition and subtraction word problems. In: *Durkin, K. & Shire, B.: Language in Mathematical Education, Research and Practice. Buckingham, Open University Press: 117-130.*

Unterschieden verschiedene Varianten von Additionsaufgaben. Zwei, die sehr unterschiedlich schwer sind:

- Joe hat 3 Murmeln. Tom hat 5 Murmeln. Wie viele haben sie zusammen? (97% richtig)
- Joe hat 3 Murmeln. Tom hat 5 Murmeln mehr als Joe. Wie viele Murmeln hat Tom? (47% richtig)

Dresel, M. & Haugwitz, M. (2008). A computer based training approach to foster motivation and self-regulated learning. *Journal of Experimental Education 77(1): 3-18.*

Schwache Lernende haben oft einen ungünstigen Attributionsstil. Sie schreiben Misserfolge sich selbst zu ("ich bin dumm") und Erfolge Zufällen, die nicht unter ihrer Kontrolle stehen. Die Autoren beschreiben, wie Rückmeldungen in einem computerbasierten Übungsprogramm helfen können, diesen Attributionsstil zu verändern.

Fagerlin, A., Zikmund-Fisher, B. J., et al. (2007). Measuring Numeracy without a Math Test: Development of the Subjective Numeracy Scale. *Medical Desicion Making 27: 627 - 680.*

Folgende subjektive Skala korreliert gut mit Skalen, in denen tatsächlich gerechnet werden muss. Vorteil: Geht schneller und schreckt weniger ab (Bereitschaft an Folgeuntersuchung teilzunehmen: 8% nach Rechnen, 50% nach subjektiver Einschätzung)

- How good are you at working with fractions? (1=not at all good, 6=extremely good)
- How good are you at working with percentages? (1=not at all good, 6=extremely good)
- How good are you at calculating a 15% tip? (1=not at all good, 6=extremely good)
- How good are you at figuring out how much a shirt will cost if it is 25% off? (1=not at all good, 6=extremely good)
- When reading the newspaper, how helpful do you find tables and graphs that are parts of a story? (1=not at all, 6=extremely)
- When people tell you the chance of something happening, do you prefer that they use words (‘‘it rarely happens’’) or numbers (‘‘there’s a 1% chance’’)? (1=always prefer words, 6=always prefer numbers)
- When you hear a weather forecast, do you prefer predictions using percentages (e.g., ‘‘there will be a 20% chance of rain today’’) or predictions using only words (e.g., ‘‘there is a small chance of rain today’’)? (1=always prefer percentages, 6=always prefer words; reverse coded)
- How often do you find numerical information to be useful? (1=never, 6=very often)

Harris, J. (1987). Australian Aboriginal and Islander Mathematics. *Australian Aboriginal Studies 2: 29-37.*

Beschreibt, wie viele Anthropologen nicht verstanden, wie die Australischen Ureinwohner zählen und rechnen, und daher annahmen, dass sie dies gar nicht tun/können.

Das Problem entstand wesentlich dadurch, dass als Zahlwort für 5 das Wort "Hand" gebraucht wird. Zahlwörter sind oft 1, 2 und 5 (eben "Hand"). Gezählt wird also 1, 2, 2-1, 2-2, 5, 5-1. 5-2, 5-2-1, 5-2-2, 2 mal 5 ... Daraus ergaben sich mindestens die folgenden zwei, dokumentierten Probleme:

- Forscher fragten Ureinwohner, wie viele Finger sie an einer Hand haben. Die Befragten streckten ihre fünf Finger auf. Die Forscher bestanden aber auf einer verbalen Antwort. Diese war "Hand". Woraus die Forscher schlossen, dass die Befragten mit der Frage nicht klar kamen.
- Weisse Lehrer versuchten mit Hilfe einheimischer Assistenten Kindern Rechnen beizubringen. Nachdem 1+1=2 geschafft war, wollten sie zu 2+1 weitergehen. Die Assistenten fanden das überflüssig und wollten gleich zu Additionen mit 5 weitergehen. Die weissen Lehrer insistierten aber, ohne zu realisieren, dass sie von den Kindern verlangten, "Zwei und Eins gibt Zwei-Eins" zu sagen.

Hughes, M. & Greenhough, P. (2008). 'We Do It A Different Way At My School'. In: *Watson, A. & Winbourne, P.: New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education. New York, Springer: 79-102.*

Hübsche Beobachtung einer stressigen Hausaufgabensituation. Fazit: Solange Hausaufgaben die Schule ins Haus verlängern, führt das zu Stress. Interessanter wäre es, die Hausaufgaben zu nutzen, den Alltag in die Schule zu bringen bzw. beides zu vernetzen. Beispiel: Zu Hause Packungen untersuchen und dann in der Schule den tatsächlichen Inhalt als Teil des Packungsvolumens darstellen.

Kearnis, J. (1991). Number experience and performance in Australian Aboriginal and Western children. In: *Durkin, K. & Shire, B.: Language in Mathematical Education, Research and Practice. Buckingham, Open University Press: 247-255.*

Im Gegensatz zu den Europäern, wo viel gezählt wird und wo die Eltern mit ihren Kindern viele Zahlenspiele machen, zählen die Aborigines kaum je und v.a. nicht mit ihren Kindern. Entsprechend gibt es gewaltige Unterschiede beim Schuleintritt.

Leuders, T. (2009). Intelligent üben und Mathematik erleben. In: *Hefendehl-Hebeker, L., et al.: Mathemagische Momente. Berlin, Cornelsen: 130-143.*

Eine sorgfältige Anleitung dazu, wie man Aufgaben erstellen kann, bei denen die Lernenden zwar einerseits bestimmte Rechentechniken üben müssen, andererseits aber auch ins Überlegen kommen und so ihr Verständnis vertiefen.

Maass, K. & Schmidt, B. (2007). LEMA – Ein europäisches Projekt. Gemeinsame Pläne als Herausforderung vor dem Hintergrund kultureller Unterschiede. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26. 3. bis 30. 3. 2007 in Berlin. Hildesheim, franzbecker: 320-323.*

Hübsche Beschreibung der Probleme, welche sich ergeben, wenn man im europäischen Rahmen gemeinsam, über modellieren spricht.

Mike, A. (2008). Social Identities As Learners And Teachers Of Mathematics. In: *Watson, A. & Winbourne, P.: New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education. New York, Springer: 59-78.*

Sehr schöne Beispiele dazu, wie sich durch das Etablieren einer Diskussionskultur eine positive "mathematische Identität" fördern lässt.

Miranda, A., García, R., Marco, R. & Rosel, J. (2006). The Role of the Metacognitive Beliefs System in Learning Disabilities in Mathematics: Implications for Intervention. In: *Desoete, A. & Veenman, M.: Metacognition in Mathematics Education. New York, Nova Science Publishers: 157-175.*

Gute Zusammenfassung vieler Studien aus dem angelsächsischen Raum. Es zeigt sich, dass Lernende, die mit Mathematik Mühe haben, oft eine speziell tiefe Lernmotivation haben und speziell ausgeprägt an ihrer Begabung zweifeln. Am Wirksamsten lässt sich das durch ein Attributions-Training verändern, das die Lernenden dazu bringt, Erfolge und nicht Misserfolge ihrer "Begabung" bzw. Lernanstrengung zuzuschreiben. Allerdings sitzen solche Überzeugungen tief, so dass man möglichst früh mit entsprechenden Trainings beginnen sollte.

Nesher, P. (1992). Solving multiplication word problems. In: *Leinhardt, G., et al.: Analysis of arithmetic for mathematics teaching. Hillsdale, NJ, Erlbaum: 189-219.*

Kinder, die in der Grundschulzeit vorwiegend mit Aufteilungstextaufgaben [6 Äpfel, 3 Kinder] konfrontiert wurden, hatten später grosse Schwierigkeiten mit dem Rechnen von Brüchen. Während Kinder, die in der Grundschule Vergleichsaufgaben [Wie viel mehr hat Hans als Peter: Doppelt] gerechnet hatten, diese Schwierigkeiten in weitaus geringerem Masse hatten.

Powell, A. B. & Frankenstein, M., Eds. (1997). Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. Albany, State University of New York.*

Politisch engagierte Beiträge, welche v.a. die vorherrschende Form formaler Mathematik als zu einseitig a) europäisch, b) Oberschicht, c) männlich kritisieren und alternative Zugänge suchen/propagieren.

Schäfer, J. (2009). Rechenschwäche in der Eingangsklasse der Sekundarstufe - oder: Was abgebrannte Streichhözer mit Mathematik zu tun haben. In: *Verband Dyslexie Schweiz: Dyskalkulie; Ansätze zu Diagnostik und Förderung in einer integrativen Schule. 13. Tagung des Verbandes Dyslexie Schweiz. Zürich: 41- 52.*

Beim Arbeiten an konkreten Aufgaben wird in drei Sprachen gesprochen:

- konkrete Problemstellung
- quantitative mathematische Modellierung
- mathematische Symbolisierung

Diese drei Sprachen müssen koordiniert werden. (Zwei schöne Beispiele)

Schellenberger, A. (2008). Zahlwort und Schriftbild der Zahl nach Martin Schellenberger. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 85: 33-35.*

Berichtet von einer kleinen Versuchreihen, bei denen er die Lernenden Zahlen "logisch" richtig sprechen liess ("zwanzig eins" für 21). Bei schwierigen Kopfrechungsaufgaben konnte er eine markante Leistungssteigerung (bis zu doppelt so viel richtig gelösten Aufgaben) beobachten.

Schwank, I. (2009). Um wie viel geht es? Orientierung im Zahlenraum mit Bruchzahlen. In: *Fritz, A. & Schmidt, S.: Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden. Weinheim, Beltz: 109-122.*

Die meisten Leute haben kein direktes Gefühl für die Grösse von Brüchen, sondern vergleichen sie über die Grösse von Nenner und Zähler. Ganz im Gegensatz zu Dezimalbrüchen.

Stebler, R. (1999). Eigenständiges Problemlösen : zum Umgang mit Schwierigkeiten beim individuellen und paarweisen Lösen mathematischer Problemgeschichten : theoretische Analyse und empirische Erkundigungen. *Bern, Peter Lang*

Ungeheuer vollständige Zusammestellung zum Stand der Dinge ca. 1997. Gute Quelle, allerdings nicht alle Teile gleich überzeugend. Interessante Details:

- " ... dass die meisten Falschlösungen bei mathematischen Textaufgaben auf sprachlich-sachliche und mathematische Verstehensmängel und nicht auf Rechenfehler zurückgehen." (S. 63)
- "Die Aufgabe muss dem Schüler oder der Schülerin zum Problem werden" (S. 153)
- Allein die Anwesenheit einer zweiten Person "kann die Introspektion und Selbstbeobachtung intensivieren." (S. 212)

Stern, E. (2003). Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen. In: *Schneider, W. & Knopf, M.: Entwicklung, Lehren und Lernen - Zum Gedenken an Franz Emanuel Weinert. Göttingen, Hogrefe: 207-217.*

"Gute mathematische Kompetenzen am Ende der Schulzeit sind das Ergebnis eines frühzeitig einsetzenden intelligenten Übungsprozesses mit intellektuell anregenden Aufgaben. Auch für Mathematik gilt, dass fehlendes Wissen nicht durch Intelligenz kompensiert werden kann. Bereits vor Schulbeginn sind auf individueller Ebene einige der dem Erwerb mathematischer Kompetenzen zugrundeliegenden universellen und differentiellen Rahmenbedingungen festgelegt, aber für den Übergang von der intuitiven zur kulturellen Mathematik ist schulische Unterstützung unabdingbar. " S. 215/16

Thomson, S. & Hillman, K. (2010). Agains the odds: infiuences on the post-school success of 'low performers'*. Adelaide, NCVER.*

Ein Bericht darüber, was mit 3238 Australischen Jugendlichen geschehen ist, die bei PISA 2003 in Mathematik einen Testwert unter Niveau 3 erreichten. 2007 waren etwa 40% von ihnen in irgendeiner Form von Ausbildung, 30% hatten eine Vollzeitstelle und 17% eine Teilzeitstelle. Von denen, die eine Vollzeitstelle hatten, sagten 602, sie seien mit ihrem Leben rundum zufrieden. Diese 602 Personen wurden weiter verfolgt und befragt. Dabei zeigte sich, dass sich vor allem in folgenden drei Punkten vom Rest der Untersuchten unterscheiden:

- Ihre Familien weisen einen höheren sozioökonomischen Status auf.
- Sie werten Mathematik/Alltagsmathematik als wichtig für ihren zukünftigen Erfolg.
- Sie waren gerne in der Schule, fühlten sich dort sicher und lernten gern.

Walkerdine, V. (1997). Difference, Cognition, and Mathematics Education. In: *Powell, A. B. & Frankenstein, M.: Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. Albany, State University of New York: 201-214.*

Für die meisten Lernenden ist der Schritt vom Rechnen in der Praxis des Alltags zum Rechnen in der Schule nicht wie beabsichtigt eine Abstraktion (so dass man aus dieser Abstraktion etwas für die konkrete Praxis lernen könnte), sondern die Unterwerfung unter eine andere Praxis.

Wartha, S. (2007). Längsschnittliche Analyse zur Entwicklung des Bruchzahlbegriffs. *Hildesheim: Franzbecker*.

Eine umfassende Untersuchung zum Bruchrechnen in der 5. bis 7. Klasse. Interessant einerseits die Zusammenstellung verschiedenster Grundvorstellungen im Zusammenhang mit Brüchen und die damit verbundenen Schwierigkeiten. Andererseits ein anregende Sammlung von Einzelfallstudien.

Wartha, S. (2009). Zur Entwicklung des Bruchzahlbegriffs - Didaktische Analyse und empirische Befunde. *Journal für Mathematikdidaktik 30(1): 55-79.*

Dasselbe kurz zusammengefasst.

Wedege, T. (1999). To know or not to know - mathematics, that is a question of context. *Educational Studies in Mathematics 39: 205-227.*

Illustriert anhand der Lebensgeschichte ihrer Mutter, dass diese in verschiedenste Praxisgemeinschaften hineingewachsen ist und oft sehr viel "Mathematik" gelernt hat (z.B. Pläne zeichnen, Bridge spielen). Sie hat aber immer ihre Selbstwahrnehmung behalten, dass "Mathematik" nichts für sie ist (Ehemann und Tochter sind Mathematiker!)

Williams, J., Linchevski, L. & Kutscher, B. (2008). Situated Intuition And Activity Theory Filling The Gap. The cases of integers and two-digit subtraction algorithms. In: *Watson, A. & Winbourne, P.: New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education. New York, Springer: 153-178.*

Konkrete Beispiele (Spiele) für das Zusammenspiel der konkreten Erfahrungen der Lernenden und der "regulären Perspektive", welche die Lehrperson einbringen möchte.

Wilson, S., Winbourne, P. & Tomlin, A. (2008). 'No Way Is Can't': A Situated Account Of One Woman's Uses And Experiences Of Mathematics. In: *Watson, A. & Winbourne, P.: New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education. New York, Springer: 329-352.*

Interessante Fallbeschreibung einer Frau, die panische Angst bekommt, wenn sie eine Null sieht.